杂疏：控制论 • 人（IX）

静思4 凝神_ Lyapunov@数学？还是控制？

邹 云　南京理工大学

本篇是继“杂疏”关于开环与闭环的“静思”系列后，写给控制专业人士的概念辨析。目的是就李雅普诺夫稳定性理论相关概念的控制学意义展开凝神思辨。依旧不属于“科普”。

翻开教科书，映入眼帘的基础概念除了开环控制与反馈调节，非李雅普诺夫稳定性莫属。然而，一个基本的问题是：作为控制理论（而非微分方程定性理论），若无扰动，稳定性又从何谈起？那么，李雅普诺夫稳定性定义中，扰动在哪里？进而，控制系统使用李雅普诺夫渐近稳定理论的前提是怎样的？

具体而言，如下问题必须凝神思辨。

（1）　李雅普诺夫稳定性有没有涉及扰动？有扰动，扰动体现在哪里？进而我们需要回答：稳定性定义中的系统状态初值是什么物理意义？0 平衡态有怎样的控制学诠释？

（2）　怎样特性的控制问题可以运用李雅普诺夫稳定性理论？比如，众所周知，输出调节问题可以，为什么可以？有没有条件？一般的跟踪伺服问题也可以吗？

（3）　阶跃输入响应中最重要的，就是渐近稳定的响应曲线。然而，在实际运行中，真实的动态响应曲线会是这样的吗？李雅普诺夫渐近稳定性究竟在实际系统中意味着怎样的性质？

（4）　有没有李雅普诺夫稳定性无法适用的运动稳定性？大名鼎鼎但控制界很少有人熟悉的暂态稳定性与李雅普诺夫稳定性的关系是怎样的？

黑格尔说：熟知非真知。熟读了教科书，真知教科书了吗？

一、 李雅普诺夫渐近稳定：初值是什么？扰动在哪里？

李雅普诺夫渐近稳定性定义众所周知，这里不做细节展开。大致而言，它的意思有两点：

系统有个特殊的点或状态，叫做平衡点或平衡态：若系统的初始状态（初值）恰好落在这点上，且没有外来的能量注入，那么系统的运动是恒定的相对静止。

考察这个点附近的点，若系统的初始状态恰好落在这些点上，且没有外来能量注入，则系统的运动是否会渐近趋于平衡点？若是，则称系统是渐近稳定的。

系统是用微分方程$\dot{x}(t)=f(x,t),x(t_0)=x_0$描述的。方程不含控制变量 u 和外部干扰量 d 等外部输入变量，也即系统没有外部能量注入。这里，t_0称为初始时刻，x_0称为初值。因此，平衡点x_p意味着$f(x_p,t)\equiv 0$。

我们的问题是：

初始时刻的物理意义是什么？

初始状态（初值）的物理意义是什么？

李雅普诺夫稳定性是怎样涉及干扰的？

其实，这三个问题是一个问题。事实上，李雅普诺夫当年就是奔着“干扰之下，系统可否平稳运行？”去的。否则，教科书上的“碗装小球”释例也不会有了。

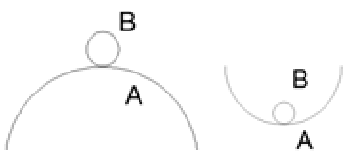

图 1. 碗装小球

李雅普诺夫面临的问题首先是怎样从数学上描述清楚“系统运动是平稳的？”但在做到这点之前，必须要对“干扰”或“扰动”进行数学建模。这个任务看上去很困难：扰动若精确已知，那就不是扰动，而是已知的能量输入，但未知且不可预测的东西又如何数学建模?

李雅普诺夫非常有智慧。他的确无法直接描述扰动本身，但他认为干扰本身并不重要，重要的是干扰对系统运动造成的影响。只要对这种影响做了描述，就是建立稳定性理论所需的干扰描述了。因此，他假设：

系统原本是静止于平衡点的，扰动使得系统状态偏离了平衡点。比如在t_0达到x_0。那么，$x(t_0)=x_0$就是扰动在t_0时刻造成的后果[1]。

[1] 必须指出的是这个处理方式隐含了一个前提：它要求扰动满足路径无关性。不同的扰动，其导致的偏离终态是一样的，对系统影响就是一样的。事实上，并非所有的扰动都具备这个性质。一夜的寻常和夜半时分发生了一阵飓风，早晨 6 点同样的地点，温度、湿度……会是完全不同的状态，世界都不同了。

这样，李雅普诺夫就得到了“运动是平稳的”的一种数学描述：

假如在某个时刻 t_0 扰动撤除了，此时系统的状态是 x_0，并且不再发生新的扰动，系统状态可以渐近地回到平衡点，就称该状态是渐近稳定的。

若存在平衡点 x_p 的一个邻域$\delta(x_p)$，从这个邻域中任一点出发的运动都是渐近稳定的，就称这个平衡点是局部渐近稳定的。此时，也称系统关于该平衡点是局部渐近稳定的。$\delta(x_p)$的大小与干扰注入的能量水平有关，反映了系统可以抵御的扰动程度。

$\delta(x_p)$可取全空间时，系统称为全局渐近稳定的。

可见，李雅普诺夫渐近稳定性定义中是有干扰的：假定干扰被撤除时刻的初始状态就是干扰对系统造成的终态效应，反映了扰动的存在。因此，李雅普诺夫渐近稳定意味着：只要外界注入的能量足够小，而系统没有被进一步干扰，则干扰造成的后果会逐渐衰减殆尽。

很显然，如果一个系统连如此理想的实验室条件下定义的李雅普诺夫渐近稳定性都不具备，它是无法实际运行在平衡点附近的。就如一个人受到刺激，刺激不是太大，并且刺激结束后不再有新的刺激，仍然不能恢复常态，就不是个正常人了。

结论 1. 若平衡点是一个系统的工作点，则系统可在平衡点附近正常工作的必要条件是：该平衡点是李雅普诺夫稳定的。这也是教科书上说不稳定的系统无法工作的原因所在。

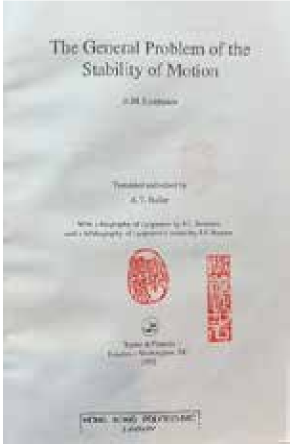

图 2. 李雅普诺夫博士学位论文英译本

正如脚注 1 所示，李雅普诺夫对干扰的建模方式，就决定了他的稳定性概念仅对与路径无关的干扰是有定义的。也即，不同的干扰，只要终态一样，对系统的影响就一样。这样撤除干扰时，扰后系统是一致确定的。一般而言，不破坏系统结构的小扰动是满足这个条件的。

然而，一旦扰动大到破坏了系统结构，那么不同路径的扰动就可能在扰动撤除后产生不同的扰动后系统，同样的终态将不再具有同样的影响。特别地，破坏系统结构的大干扰路径未知，或不止一种大干扰同时存在，则撤除干扰后，扰后系统一般无法确定，稳定性于是无从谈起。这个意义上说，全局稳定

性很有意思。它并不是说，系统可以抗衡外界的任意能量注入而不失稳。它还取决于注入能量的干扰是不是与路径无关的类型。

那么，是不是改变系统结构的干扰都不能适用李雅普诺夫稳定性？倒也未必。比如乘性扰动，干扰过程中肯定改变系统结构。但“撤除干扰”意即乘性扰动效应变成了“1”，也即无论怎样的干扰，扰后系统均为标称系统。因此，这类干扰只是暂时地改变了系统结构，并不破坏系统结构。任何时候，干扰一消失，系统结构就恢复为标称结构。因此，这类干扰的扰动效应与路径无关，可以适用李雅普诺夫稳定分析。

进一步，如果将系统的方程在某标定干扰处展开，与干扰无关的一阶项做扰后系统，高阶项作为不确定性，则在这类干扰下，系统于鲁棒控制框架下依旧有可能适用李雅普诺夫稳定分析。只是鲁棒控制的有效范围还是很有限的，因此干扰不能太大。由此可见，即使纳入鲁棒控制框架，李雅普诺夫稳定性一般也只是适用于小扰动情形。

结论 2. 李雅普诺夫稳定性一般适用于小扰动情形，即干扰不足以改变系统结构的情形。此时，扰动结果与路径无关。

如果发生了干扰结果与干扰路径相关的大干扰，则只能就某一支已知的扰动路径，研判撤除扰动后，扰后系统的状态渐近特性了。例如电力系统暂态稳定这样的应急控制问题，就因为存在破坏系统结构的路径相关的大扰动，从而不可直接应用李雅普诺夫稳定性理论。对此，我们将在第四节专门分析介绍。

图 3. 路径无关

由定义可以看出，李雅普诺夫渐近稳定性实质上是说：系统相对于平衡点的运动在没有外界注入能量的情形下，能量总体而言持续衰减。由此，他提出了一种广义能量函数 $V(t, x)$：它是一致正定函数[2]且在平衡点处 $V(t, 0)=0$。在此基础上，提出并证明了著名的李雅普诺夫定理。

李雅普诺夫定理（粗略而言）：即若存在一种广义能量函数，其值沿系统状态是持续一致衰减的，

[2] 这里还需要能量函数满足无穷小上界，系统是自治时可以忽略。为简洁计，不展开说。

亦即 V(t, x)的 Dini 导数$\partial V/\partial x\, f(x,t)$一致负定，则系统渐近稳定。这样的能量函数，后世称为李雅普诺夫函数。

二、 平衡点是什么？怎样的控制问题可以进行稳定性分析？

本节的关注点放在李雅普诺夫稳定性概念的前提“系统存在平衡点x_p”对控制问题的约束何在。

由平衡点定义$f(x_p,t)\equiv 0$可知：$x(t)=x_p$满足系统方程

$\dot{x}(t)=f(x,t)$，$x(t_0)=x_0$。

也即 x_p 是该系统的一个状态。从而由简单的坐标变换，即可不失一般性地假设 $x_p=0$。显然，就李雅普诺夫稳定性关心的运动而言，系统方程描述的是系统状态 x 相对于平衡点 x_p 的运动：渐近趋近它，还是不再趋近它。

这说明：这个方程可视为某个运动偏差变化规律的数学描述。于是，李雅普诺夫稳定性可视为对一个系统的运动 $y(t)$ 相对于某个参考运动 $r(t)$ 的偏差 $x(t)=y(t)-r(t)$ 渐近性态的定性描述。我们看一下，怎样的$r(t)$，其偏差可用李雅普诺夫稳定性来描述。

图 4. 适用李雅普诺夫稳定性分析的问题

设 r(t) 满足 $\dot{r}(t)=g(r,t)$，$r(t_0)=r_0$, $\dot{y}(t)=h(y,t)$，$y(t_0)=y_0$。令 x(t)=y(t)−r(t)，则

$$\dot{x}(t)=f(x,t), x(t_0)=x_0。$$

其中$f(x,t)=h(x+r,t)-g(r,t)$，$x_0=y_0-r_0$。显然，0 未必是它的平衡点。

事实上，按定义 0 成为偏差系统平衡点的充要条件是：$h(r,t)-g(r,t)\equiv 0$。这只有$h(r,t)=g(r,t)$，即 $r(t)$也是$\dot{y}(t)=h(y,t)$的状态。故有如下结论：

结论 3. 李雅普诺夫稳定性理论仅适用于一个系统相对其自身某个特定运动的偏差的渐近特性的定性分析。此时，系统的平衡点是 0 偏差。

现在，以线性定常闭环控制系统为例，这就是在要求参考输入

$r(s) \in Ima\{G(s)\}$。

亦即，存在$u_0(s)$，使得$r(s) = G(s)u_0(s)$。此时，相应问题成为系统的输出调节问题。对一般的跟踪问题而言，无法满足上述条件，故而偏差系统不存在平衡点，李雅普诺夫稳定性无法适用。

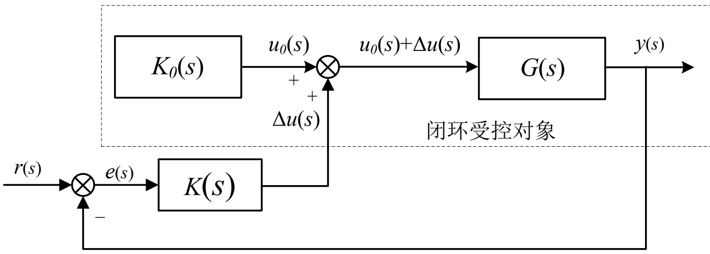

图 5. 闭环控制框图

三、 隐身的干扰：真有渐近趋于稳态的阶跃响应?

教科书的一个特点是：它介绍的理论或方法，通常都是在较为理想的前提假设之下得到的。比如，阶跃输入的稳定响应曲线（参见图 6）。

（1）阶跃输入的稳定响应曲线

学习过控制理论的人，大抵都知道这类曲线。

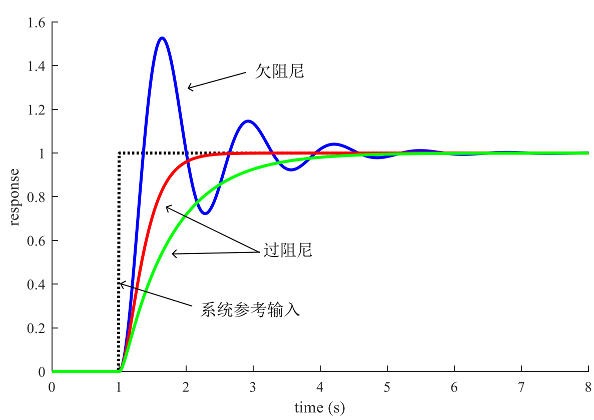

图 6. 稳定的阶跃响应曲线

然而，除非在理想的实验室条件下，否则这类漂亮的曲线大概率不会出现。事实上，之所以出现这类曲线，是因为教科书里采纳的是李雅普诺夫渐近稳定的概念来描述阶跃响应过程。前面已经指出，李雅普诺夫渐近稳定性的基本前提是：

系统受到扰动后，系统的运动状态偏离了原平衡点。

假定这些扰动在初始时刻t_0被撤除并不再出现新的扰动。

正是上述的前提假定 2)，教科书在描述系统阶跃稳定响应时，假定了过渡过程中不再发生新的扰动，于是稳定系统的状态偏差才会渐近趋于 0。而在实际中，干扰会持续存在，因此稳定的系统阶跃响应曲线将在稳态附近持续波动。

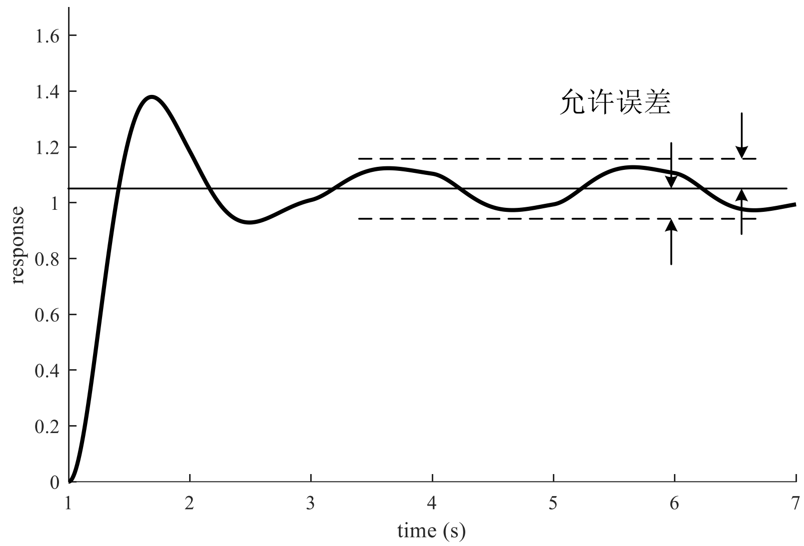

图 7. 存在持续扰动的阶跃响应曲线

如第二节所述，一个系统在平衡点附近能实际运行的必要条件是它是李雅普诺夫渐近稳定的，但李雅普诺夫稳定的系统能实际运行吗？未必。这还要看它与平衡点相对偏差的衰减率是否足以抵消持续扰动产生的发散效应。

因此，尽管能稳系统[3]不能控模态都是渐近稳定的，但其状态衰减率却未必能够达到实际要求，从而有可能影响系统控制的效果。因此，将受控系统设计得完全状态能控、而非状态能稳是非常重要的。特别地，对于非线性受控对象，将其设计得拥有更强的全驱性[4]更是很有意义的。

（2）BIBO 稳定性及其从教科书逐渐消失之谜

实际系统的稳定性，表现为持续干扰环境下受控系统输出保持在容许偏差之内。亦即，只要干扰输入的能量小于某个阈值，则系统的输出偏差就小于容许误差。此即颇负盛名的 BIBO（Bounded Input Bounded Output，有界输入-有界输出）稳定。

[3] 一个系统称为是能稳的，系指它不能控的模态都是一致渐近稳定的。

[4] 段广仁，摘取控制科学皇冠上的明珠——两种方法论的优势与希望，2021 年院士大会报告。

图 8. BIBO 稳定

结论 4. 实际运行环境中，系统的稳定性均表现为 BIBO 稳定。

然而，这一经典概念在现今的教科书中似乎逐渐见不着了。

什么原因呢？事实上，一件事物逐渐湮没在时间长河里，原因很简单：其存在意义或价值不大。这对技术科学而言，一般意味着两件事：

方法论乏善可陈：缺乏与其相应的科学理论方法。

作用不具独特性：很大程度上可被其它概念替代。

很不幸，好像在控制理论这一路走来的发展历程中，上述两样境况都被 BIBO 稳定性遇上了。

第一点很显然：尽管 BIBO 稳定的概念非常吻合实际工程需求，但它的确没能发展出足以写入教科书的数学分析理论与控制设计方法。

第二点也满足：只要假定系统的状态存在一个与系统输出稳态对应的平衡点，也即系统状态运行在这个平衡态附近，意味着系统输出就在其稳态附近，那么如果系统的输出方程是连续的，状态的李雅普诺夫一致渐近稳定就蕴含输出的 BIBO 稳定。

自卡尔曼提出状态空间法以来，状态稳定性就是控制的核心研究课题，而 BIBO 稳定没有发展出自己的理论和方法。因此，现代控制理论中总是假设系统状态存在平衡点，且该平衡点与系统输出的稳态相对应，于是 BIBO 稳定就被系统状态渐近稳定所蕴含了。

特别地，线性定常系统是控制理论与控制工程中最为常见、其运用也最为广泛的一类系统。对这类系统，BIBO 稳定性与李雅普诺夫渐近稳定性几乎是等价的。而对非线性/时变系统的常用处理手段中，最实用的是在系统工作点附近将系统逐段线性化/系数冻结。

图 9. 冻结系数法

（3）等效传递函数伴谬：教科书的另一个“不言自明”

许多年前，散人在博士研究生面试时，有一道题是必问的。散人称之为等效开环传递函数伴谬：如图 10 所示，设受控对象 $y(s)=G(s)u(s)$，反馈控制 $u(s)=-K(s)y(s)+v(s)$。

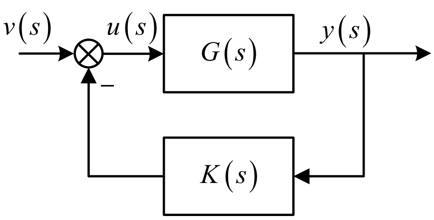

图 10. 闭环控制

教科书指出：它所形成的闭环系统，与开环传递函数关系 $y(s)=G_c(s)v(s)$数学上等价。其中 $G_c(s)=G(s)/[1+K(s)G(s)]$。

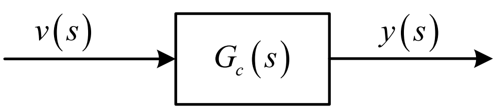

图 11. “等价开环”

问题是：既然它们等价，那为何不采取图 11 的开环结构去构筑系统？这样，至少可以节省图 10 的闭环结构中昂贵的传感器。

遗憾的是，这道题一直未曾有学生给出稍好的答案，哪怕知道“反馈可以校正扰动影响，而开环控制不可以”，也都没有给出相应的数学推导依据。翻来覆去都在重复教科书上的“等价性”推导。简单却明显“不正确”。

图 12. 变态的教授提酱紫的变态问题……

显然，这是在阅读教科书时，只顾了书本上的数学推导，却忽略了得到等价结论的前提：“不存在干扰”。同时，也忘记了在实际运行环境中，干扰不仅是持续的而且还是不可避免的简单事实。或许，教科书认为这是常识，没有必要特别提及。

不得已，在框图的输出端添加了干扰 $d(s)$，然后让学生接下去推导，很简单。后来，剔除了这道无法被体现出区分度的题目。

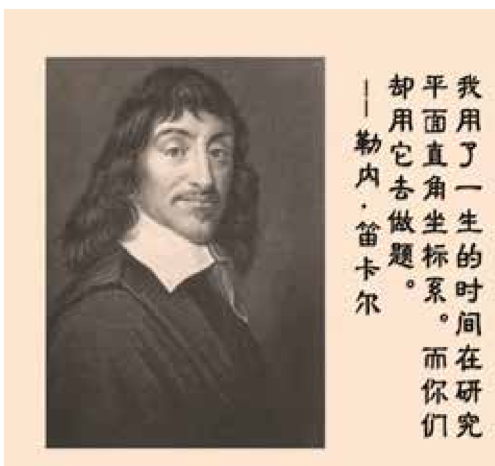

图 13. 笛卡尔如是说

据说，笛卡尔曾经说过：“我用了一生的时间在研究平面直角坐标系。而你们却用它去做题。”[5] 他的无奈，至今依旧深植于课堂。网上流行着爱因斯坦的一句话：教育就是忘记了学校所学之后剩下的东西。其实，这是爱因斯坦引述博尔赫斯·弗雷德里克·斯金纳的语录[6]。教学，在教授专业学识的过程里，培育的应该是学识原创过程中鲜活的创意。

[5] https://zhidao.baidu.com/question/755112832141504292.html

[6] 爱因斯坦文集中，他用“有一位哲人说过”做引述。不知何故，后人大多忽略了这句引述语，以为是爱因斯坦的原话。

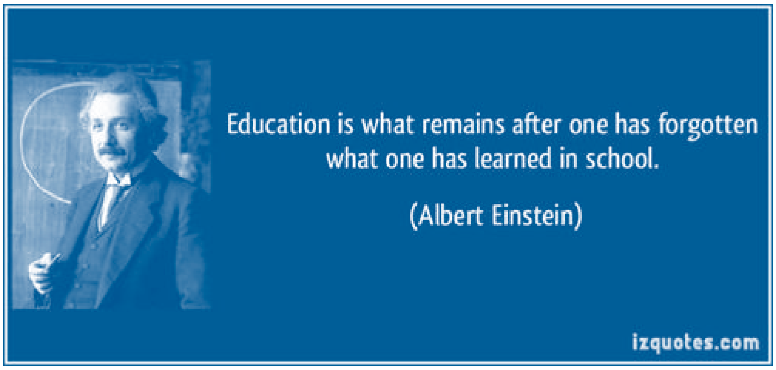

图 14. 爱因斯坦：忘记学校所学，剩下的才是教育。

图 15. 美国心理学家、行为学家博尔赫斯·弗雷德里克·斯金纳（1904—1990）

四、 李雅普诺夫稳定性的边界地带：大扰动下的暂态稳定性

本节简略介绍电力系统暂态稳定性的概念和方法。第二节里已经指出：李雅普诺夫将干扰的效应等效于撤除干扰时刻系统的初始状态。这种处理手段，隐蔽地假定了干扰的结果具有路径无关性：无论干扰怎样地作用过程，对系统的影响只限于撤除干扰时刻系统状态相对于平衡态的偏移量。

实际系统中的确存在干扰结果与干扰路径相关的巨大干扰：如电网的三相短路、地震、水灾等，系统的结构在这些大干扰下会遭受严重的破坏，破坏程度与干扰的具体演化过程密切相关。对某个 t_f 时刻发生的大干扰而言，不同的干扰切除[7]时刻t_{cl}，扰后系统的结构是不同的。按照李雅普诺夫的建模方式，这类干扰也可描述如下：

干扰前：$\dot{x}(t) = f_{\text{pre}}(x,t), -\infty < t < t_f$.

干扰中：$\dot{x}(t) = f_{\text{fault}}(x,t)$，$t_f \le t < t_{cl}$.

干扰切除后：$\dot{x}(t) = f_{\text{post}}(x,t)$，$t_{cl} \le t < \infty$.

[7] 这类大干扰的撤除一般称为切除。

这里，干扰中的系统结构通常会持续遭到破坏。假定存在至少两种此类大干扰，则对不同的干扰，同样的切除时间所对应的扰后系统是完全不同的。因此，无法定义稳定性。因此，只能就某一具体的干扰，定义和分析在这个干扰作用之下系统的稳定性。对这类大干扰，有一种前提假设可以使得李雅普诺夫稳定性获得一定的应用。这种前提假设包括[8]：

（1）干扰切除手段是直接肢解系统结构，将发生干扰的部分做整体的断开、关闭或剥离。

（2）假定在某个时间段上，针对特定的大干扰，在任意时刻做上述切除后，扰后系统的结构是唯一确定的。

（3）扰后系统是自治的，并具有李雅普诺夫渐近稳定的平衡点。

则在该干扰作用下，系统称为是暂态稳定的系指：扰后系统的实际运行状态是李雅普诺夫渐近稳定的。

图 16. 切除路径相关的大干扰源

这里的实际运行状态是指针对特定的大干扰，从干扰切除时刻的初始状态出发的实际状态。这与小扰动情形的李雅普诺夫稳定性不同。后者是指平衡点某个邻域内任意初始状态出发的运行状态均稳定。有趣的是（3）已经假定扰后系统是李雅普诺夫稳定的了，怎么还会有稳定性问题?

如前所述，平衡点稳定与系统运行状态稳定是两个不同的概念。如果干扰切除时刻的初始状态已经超出了扰后系统稳定平衡点的稳定域，那这个运行状态是不会稳定的。这就像汽车质量的完好，无法豁免于倾覆性驾驶。栽在阴沟里四仰八叉的汽车，哪怕被吊到路面后依旧可以完好驾驶，它也是失稳了。

因此，李雅普诺夫稳定性定义带来的另一个可能的认知偏差是：它使许多人将平衡点的稳定性误解为系统运行的稳定性，忘记了不论系统有多少可能的状态，实际运行的状态只有一个，这个状态是稳定的，系统运行就是稳定的。因此，精神健全的人，可能会一失足成千古恨。精神不健全的人，并不总是举止不正常。

结论 5. 实际系统的运行稳定性并不需要对应的平衡点是稳定的，而是指实际运行的状态是渐近稳定的。也即，若不再发生新的扰动，实际运行的状态就渐近趋于平衡点。

因此，不稳定平衡点（unstable equilibrium point, UEP）也有稳定的子流形。比如二阶系统的焦点形成的马鞍面。有数学家证明了：具有非零实部的稳定平衡点，其稳定域的边界含于其它不稳定平衡点的稳定子流形的并集。

---

[8] 电力系统切除故障线路、外科手术中的截去病肢等操作都具有这样的特性。

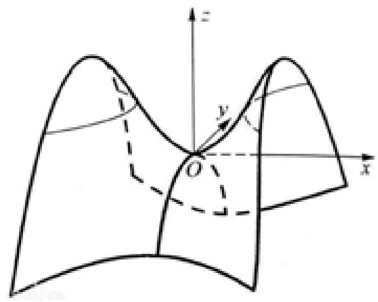

图 17. 马鞍面

因此，只要注意到李雅普诺夫函数 $V(x)$沿着系统状态是衰减的，就可知：在持续干扰下，系统状态若要穿越稳定域边界，它在穿越点的能量 $V(x(t_{cl}))$将大于所在稳定子流形对应的不稳定平衡点（称为相关不稳定平衡点，Controlling UEP, 缩写 CUEP）的能量 V(CUEP)。因此，只要 $V(x(t_{cl}))$< V(CUEP)，则扰后系统的运行是稳定的。

当然将 V(CUEP)换做所有 UEP 的能量中的最小能量 min{V(UEP)}，扰后系统也是稳定的。然而，一如医疗截肢和电力系统线路切除，这类应急控制举措代价十分巨大，非迫不得已而不为。因此，干扰的临界切除时间就成为暂态稳定的核心问题。此外，扰后系统还能承受多少干扰输入能量称为系统的暂态稳定裕度。显然，保持必要的稳定裕度至关重要!

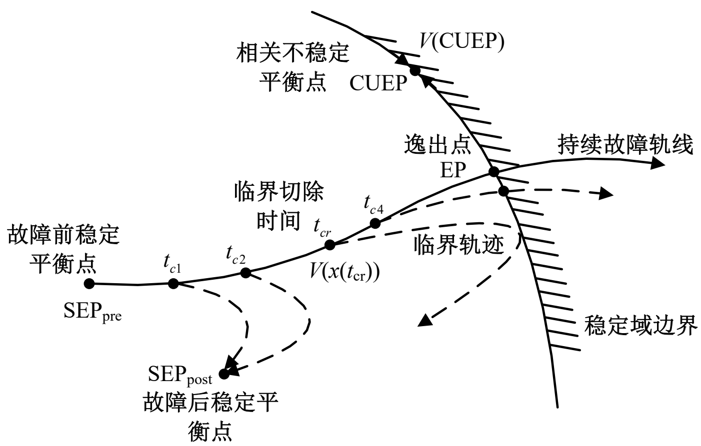

图 18. 暂态稳定性的相关不稳定平衡点方法

就上述 UEP 方法而言，扰后系统自治性的前提假设很重要。但在发生大干扰的情况下，它难以获得满足。以电力系统为例，不同的切除时间，系统的继电保护动作和快速汽门等操作是不同的，于是相应的扰后系统的参数不同，各平衡点也会不同。这使得理论体系相对完善的 UEP 方法实用性欠佳。另一

方面，以电力系统受扰轨线的几何特征判别暂态稳定的扩展等面积法[9]为代表的工程实用方法，理论体系相对欠缺。

与应用广泛的小扰动下的李雅普诺夫稳定性不同，相对于给定大扰动的暂态稳定性总体而言属于应急控制范畴。目前，相关的研究无论理论还是方法都相对很不完善，有待进一步突破。

五、 总 结

本文系统地探讨了李雅普诺夫渐近稳定的概念及其相关的前提假设。分析指出：

李雅普诺夫稳定性是针对扰动结果与路径无关意义下的小干扰定义的运动稳定性。

它意味着系统在干扰被撤除并不再发生新的干扰的前提假设下，只要干扰撤除时刻的初始状态落在平衡点的某个邻域里，由此出发的扰后系统的状态将渐近趋于系统平衡点。

这一概念定义的实际上是系统平衡点的稳定性，而非系统实际运行状态的稳定性。或许教科书认为这是显然的，通常并不加以特别说明。然而，这一点常常被视而不见，进而造成关于系统实际运行稳定性的认知偏差。

实际系统的稳定性表现为系统运行状态的稳定性。

由于扰动结果与扰动路径无关意义下的小干扰表现为随机扰动，没有特定的持续性，因此小干扰情形下系统的运行稳定性可用平衡点稳定性替代。如果系统平衡点的稳定域不是太小，这种替代就不会发生问题。然而，对于扰动结果与扰动路径相关意义上的大干扰情形，这种替代就变得不可行了。

此时平衡点的稳定性与系统的运行稳定性是两个完全不同的概念，且稳定性只能针对具体干扰的具体发生路径做具体分析。这样的情形下，系统运行要稳定，一般须满足：扰后系统的平衡点是李雅普诺夫渐近稳定的，且干扰切除时刻的初始状态落在扰后系统稳定平衡点的稳定域中。

由于种种原因，这种暂态稳定性，似乎并不为控制理论界所知悉。

李雅普诺夫渐近稳定性在实际系统的表现是 BIBO 稳定。

教科书在描述系统稳定响应时，常常自然假定李雅普诺夫渐近稳定性的定义前提成立：干扰在初始时刻被撤除并不再发生新的干扰。显然，它默认了“控制是因为干扰而存在”的意识已嵌入控制专业师生的基本思维方式，从而不再特别声明。很遗憾，教学实践中它还是造成了许多不应有的认识偏差。

有基于此，散人撰写了本篇凝神思考。凝神静思系列的四篇文字不是科普。它们是写给控制理论学生和青年教师以共同思考的。本篇之后的文字将再次恢复科普的本色。特此说明。

【作者简介】邹云，1962 年生。南京理工大学教授、博士生导师。1983 年于西北大学数学系获理学学士学位，1990 年于南京理工大学动力工程学院获工学博士学位。现为中国自动化学会名誉理事，江苏省电机工程学会常务理事，美国《数学评论》评论员，美国国家数学学会终身会员。近期研究兴趣为：对象结构－控制器一体化设计，智能电网运行与控制等。

[9] 薛禹胜，运动稳定性量化理论—非自治非线性多刚体系统的稳定性分析，江苏科学技术出版社，1999.