

关于五本书的故事

黄琳 北京大学

编者按：维纳说控制就是一种反熵增的行为。因此，有目的，就有控制。它的基本结构是目的实现方式 + 目的偏差纠正调节，也即系统总体设计 + 系统反馈调节。钱学森先生的《工程控制论》将控制聚焦于偏差调节。现代控制理论正是沿着这个路径发展而来的。

系统偏差调节的本质就是在有限或无限时间区间上，将偏差 $e=r-y$ 极小化。对此庞特里亚金给出了非常优美的数学理论。庞特里亚金之前，调节问题关心的是参考输入 r 为系统某个特定输出 y_0 的特例情形下的偏差调节，也即系统保持其自身特定运动的平稳性。以李雅普诺夫方法为代表的稳定性理论于是成为一种重要工具。考虑到系统与环境的不确定性，最优控制保守为次优控制，而稳定控制则强化为鲁棒控制。

或许正是基于这样的观察，卡尔曼才说：Get the physics right, the rest is mathematics.

先生的五本书十分妥帖地契合了现代控制理论发展的内涵与外延，经典而体系地刻画了反馈调节设计方法论的理论基础。

先生的书，我都很熟悉。二十多年来，《系统与控制中的线性代数》至今依旧是南理工研究生学位课程中唯一的专著型教材。《稳定性理论》与《稳定性与鲁棒性理论基础》都给研究生开设过研讨课，受益匪浅。而新近出版的《控制系统的动力学讲义》《最优控制讲义》则感觉尤为深刻：字里行间，一点一滴，无不映衬的是理论分析与工程背景的深度契合。一代大师，恢弘笔耕，娓娓道来的是隐含其中的治学、求真、专注与才学。诠释了学术的精髓。

蒙先生赠书，征询建议。建议没有，唯体验再三。阅读下来，一点惭愧，无尽膜拜。人有多种，站在自己的不堪回望的能力边缘，尚能仰望星空，也是一种成就。如是，在大学课堂的最后岁月里，对学生开启深邃的前人神慧，说点神往的大师故事，是我的诗与远方。感谢先生！

——邹云

我一生已正式出版五本专著，分别是：

①《控制系统动力学讲义》：1965年完成定稿，科学出版社2024年出版。

②《最优控制理论讲义》：1965年完成定稿，2021年科学出版社出版。

③《系统与amp;控制理论中的线性代数》：第一版1984年科学出版社出版，第二版2018年科学出版社出版。

④《稳定性理论》：1992年北京大学出版社出版。

⑤《稳定性与鲁棒性的理论基础》：2003年科学出版社出版。

这些书都是在我研究工作的基础上为使读者能尽快熟悉这些领域重要成果以便尽快走上研究岗位而编写的。内容除取自于已出版的著作（主要是国际上有影响的专著）外，大量来自当时的国际杂志和各种专著，也有一些是自己的工作。各书的内容在其前言中均有介绍，这里只谈点和这些书有关的一些故事。

①和②1965年只完成了油印讲义，2017年开始的老科学家学术成长采集工程将其在尘封半世纪后发掘出来，经相关专家阅读后认为有重要学术价值，科学出版社同意正式出版。

1、控制系统动力学讲义

当时北京大学实行理科制，力学专业与数学专业在数学的培养上有相同的基础课，理论要求相近。1960年北大数力系想办一个自动控制专业，我受命为这个专业开设控制方面的基础课程。为了面对这种数理基础强的学生背景，我力求将调节原理教材改造成具有理科特色的课程，并编著了一本名为《控制系统动力学讲义》的教材。从而使这一课程形成了不同于工科的特色，具体表现为如下三点：

1.1 数学出身的人搞控制通常会有两点不足：一是把控制系统只看成是数学方程而忽视物理思维，二是面对真实的系统常受工程上复杂因素的困扰而无法抓住最本质的考虑。为了避免这种困扰我采用了当时苏联一些较理论的著作的做法，即要求学生在具有普通物理与力学训练的情况下应该具有理论建模的能力，希望这能有助于他们的物理思维。为此列举了三个典型的系统（调速、调压、飞行），从元部件开始建立系统的方程，并以此为例在讲后面的理论与方法时进行了讨论。

1.2 利用复变函数中关于回路积分的理论严格地阐述了拉氏变换及其逆变换，特别对时间函数间断点的处理进行了讨论，这使得关于系统的传递函数的做法建立在严格的理论之上，并避免一些可能会发生的不妥之处。这是受钱学森先生一次在讲工程控制论时在黑板上写了“感谢钟教授”的启示。当时清华大学教授钟士模向他指出在讲拉氏变换时要特别注意间断点的问题，钟先生长期从事电拖动系统的研究，在其研究中常有此事发生，钱先生也曾在课上讲“复变函数对我们说来最有用的乃是回路积分、积分变换和亚纯函数按奇点的展开。”

1.3 设立了一章讲解析方法，该章许多内容很少在别的教科书中出现，其中一些是我自己的工作。可以介绍的有如下四点：

* 对常系数线性系统的零解稳定性与渐近稳定性给出严格的数学定义，并由这类系统解的结构给出了由根具负实部判断的数学理论依据。

* 稳定性的书中一般会写一个著名的判据——霍维茨判据，但不会给出数学上的严格证明，据说因为太长。但在北大数学系上课是不能这样的，我还是想了个办法，用同伦的思想给了一个简短的证明，这也算了却了一个心愿。

* 一个自然的想法是如果系统中有待定的参

数,如何选择参数使系统稳定,这涉及到参数空间中的稳定区域,因为有现成的判据,这个区域自然可以用一些不等式来刻画。

如果要求比稳定强些,例如 $\operatorname{Re} \lambda_i < -\alpha$, $\alpha > 0$, 这样的带衰减要求的稳定性区域也就迎刃而解。

* 如果对输出 y 有要求,但又能采用解析方法研究,在苏联这边就是将 $\int_0^{+\infty} \dot{y}^2 dt$ 或 $\int_0^{+\infty} \dot{y}^2 + \tau^2 \dot{y}^2 dt$ 取最小。两指标被积函数均解析,其意义是前者表示输出过程能较好衰减而后者所加一项将可压制输出的振动,其中 τ 可以调节压制的效果。这是二次积分指标的萌芽,而在西方却没有对应。我选择将它写进书里同苏联专家给我们出题有关。问题在于如何计算这两种指标。在这里提供了两种方法:一个是利用傅里叶变换的 Parseval 等式将积分指标与系统频率特性联系起来,另一个是将平方积分指标的被积函数看成是 Lyapunov 函数相对系统的微商,系统采用将 y 及其至 $n-1$ 的各阶导数作为状态的状态方程,从而平方积分的积分值就可以借助传递函数用系统的参数表示出来。这两种方法为解析设计提供了算法,从而可以对系统待定的参数进行优化选择。这种做法在当时苏联也是刚出现不久,而在西方则还是空白。由于这一工作的推动,后来我们将这一工作拓展成一般的理论就解决了二次型最优的问题,可以看出这样的解析设计当时是处在国际前沿的。

1.4 在频率法与根轨迹法方面,我只是找了两本影响较大且内容较充实的书(一本为美国的,一本为苏联的),读后进行认真挑选与组织,形成了这方面的内容,而没有任何属于自己实质性的研究成果。

20 世纪三四十年代关于非线性振动的研究主要集中在对系统中发生的自振方面,且这类振动一开始不为人理解,因为在没有外激励的情况

下,为什么系统会产生有固定振幅与固定频率的振动?这种现象当然也会在控制系统中出现,这里主要针对一些本质非线性(间隙、死区、饱和、回线等)展开产生自振的研究,其特点有如下四方面:

* 关于线性与非线性本质区别的论述,特别是本质非线性的不可进行一般线性化处理。

* 在相平面上引进了由 Andronov 根据 Poincare 的思想提出的点变换思想与方法。

* 谐波平衡法的引入和等效放大系数的求法,利用系统频率特性(或米哈伊洛夫曲线)与等效放大系数求自振并判断其稳定性。

* 方法均有例子支撑。

从上面所述的可以看出《控制系统动力学》确实是一本有理科特点的控制基本教材,形成该特色有一个过程。我们大学的调节原理课是 1956 年秋天(大四上学期)步行到清华大学旁听钟士模先生讲的课,当时我咳血严重面临肺切除手术,身体难以支撑我往返听课加上又不算成绩就放弃了,后来教学需要就只能边学边教。第一次接受上课任务是 1960 年的秋天,我那时的身份是在读研究生,但我一直同教员一起参加运动并担负一定责任。当时为了上课几乎免去了我的全部社会工作。从教员宿舍搬回研究生宿舍,我的任务有两项,一个是为 1956 级学生讲调节原理,讲什么内容由我定,这不仅是对我的高度信任,而且是一个非常特别又十分自由的要求,这种要求也只有具尊重学术自由传统的北京大学才可能提出。按当时的情况工科院校才有这样的课,而他们的教学据万百五先生回忆基本上是按苏联伏龙诺夫的书,这离我心目中的北大的要求相距又太远。另一个是为一年后我研究生毕业并完成一篇论文做准备,这对我说来有压力但还算宽松。我在外文书店找到了由 H. Chestnut 和 R. W. Mayer 合著

的伺服系统与调节系统设计的俄文书，H. Chestnut 当时是 IFAC 的主席，他的这本书是一部国际公认的权威著作，苏联人把它翻成了俄文。我立即抓紧一切时间弄懂它并做成讲义送去油印。当时是困难时期，印刷的水平相当差但也能充数，同时我也找到一本由 Е. П. Попов 写的俄文书《控制系统动力学》，这两本书再加上其他一些书就形成了我编写《控制系统动力学讲义》的基本材料，而领导允许我自己定内容，也给了我发挥主观能动性足够的空间。给 1956 级学生讲完课后领导让我认真修改定下讲义的第一版，1958 级学生的课结束以后又进行了一次修改形成第二版，现在正式出版的书是第二版再加上第一版中关于非线性的内容。1998 年北大力学与工程科学系邀请北京理工大学孙常胜教授前来北大给学生讲控制理论的课程，他在已出版的众多教材中最后选定用这本讲义，认为这更符合北大理科的要求，并进行了再印。我以此为教材上课也就两次，听课的学生合起来也就三四十人，而其中也只有三成毕业后从事控制，但在九十年代成为控制方向教授与博导的就有六七人之多。他们中有一些人曾撰文谈到当年上课或讲义的一些事。

我的同事叶庆凯与王敏中是 1956 级的学生，他们听了我第一次讲控制的课，当时完全是边学边教应急的课。他们谈到：“在 20 世纪 60 年代初，正值困难时期，黄琳老师常常在寒冷的教室里，手里拿着一本刚出版的外文书，把控制理论中的最新成果仔细地、耐心地介绍给学生们。黄琳老师开设的课程内容往往在北京地区是唯一的，常常能吸引其他高等院校的学生来听课”和“为了方便同学学习，黄老师把这些资料全部翻译出来，发讲义给我们。那时的讲义都是油印的，需要刻钢板，由于处在国家困难时期，纸张相当粗糙，每本讲义都很厚……，这么多的讲义是黄老师刻

苦研究，辛勤躬耕的成果。讲义的印刷虽很简陋，纸张也很差，但价值不菲。”在上完这一学期的课以后，我有了一些时间来认真思考讲义材料的取舍和如何能系统反映理科对控制的要求，从而编写出控制系统动力学讲义，该讲义在 1958 级学生上课时已做到提前发给学生。1958 级学生毛剑琴、李铁寿、吴淇泰等在回忆文章中谈到我上该课时已不是一个仓促上阵的形象，而且还具体谈到他们在后来的工作中遇到控制问题时，当初的课程和讲义给他们的帮助，这也表明此时的讲义已经是相对成熟了。在孙常胜以此为教材在给北大力学的学生上课时，我相当忙也无暇顾及此讲义的事，直至又过了二十年采集工程将其发掘出来，才使尘封了半世纪的讲义得以正式出版。

讲义的原件和毛剑琴教授当年学习此课的笔记均已捐给中国科学家博物馆收藏。

应该讲这本讲义是在一开始毫无准备的情况下仓促上阵的产物，所以故事就多了些，而后面的四部书都是在做了一定的准备下写出来的，没有这么曲折的经历，也就没有仓促上阵的狼狈而从容很多。

II、最优控制理论讲义

《控制系统动力学讲义》是教学压力驱动下的结果，明显地是责任心使然。《最优控制理论讲义》则不同，它只作为大学高年级的选修课开过一次，可以认为是由科研的兴趣推动的。之所以如此可以从控制理论的发展史上看到这点。20 世纪 60 年代在控制理论的发展史上有两个伟大事件，一个是 1959 年 Pontriagin 的最大值原理开启的最优控制理论，另一个则是由 Kalman 在 1960 年莫斯科第一次 IFAC 会上提出的关于控制系统的结构和可控性、可观测性的理论架构。这两个事件构成了现代控制理论的主体。这个主体的特点是模式

的一般化、系统性能的一般化,从而使数学在整个发展中起到主导作用。单就最优控制而言,此时的发展除 Pontriagin 的最大值原理外,同时还出现了两个重要的方向,一个是由 Bellman 开创的动态规划理论与方法。Bellman 本人还写了一本动态规划的专著,被业界认为方法很多,但没有严格的数学理论支撑。另一个是由 Busaw 开始的关于二阶系统最快镇定而发展起来的以 Lassale 为代表的线性最速系统理论。后来最优控制的发展也表明以上三个方向应是最优控制理论发展的主体。1963 年我和学生郑应平、张迪一起在一种时间无穷积分指标下的最优控制器解析设计上取得成功,使我对最优控制的综合问题有了很强的兴趣,加上《控制系统动力学讲义》也出来了,有了思考的时间,就在这个时候王肇明的先生刘易成从苏联给我买了一本 Pontriagin 等四人写的俄文原版《最优过程的数学理论》,这样我就沉下心来把这个方兴未艾的新学科弄明白。此时的另一个助推力是数学专业在程民德、张芝芬的提议下决定派林振宝、廖可人和周芝英三位老师来参加我们的讨论班,加上郑应平班上的学生一起竟多达十人。经过近一年的努力对我来说最优控制已相当熟悉了。但这种盛景未能保持太久,1963 年夏天我们搬到了十三陵,参加讨论班的 1957 级的郑应平、张迪、殷金生、邢光谦、严拱添均已毕业,讨论班散了,我又成了单打独斗的一个人。此时王肇明建议我开个选修课讲最优控制,于是在 1963 年的秋天(也许是 1964 年春天)我就给 1958 级学生临毕业时开了个选修课,课上完了我充分利用当时在昌平分校的图书馆(他们可以按我的请求从总校图书馆弄来书和杂志),几乎是泡在那里把课上讲的和图书馆看的内容整合完成了最优控制理论讲义。当时的选修课是一个小课,经过一番努力后形成的讲义,其内容的丰富系统性都不是那个课的内

容可比的。在我去四清前讲义送去刻蜡版,待我 1966 年春天从农村回来已经印好交给了我,我再请人装订成册保存了下来。后面接着就是北大力学系迁往汉中,回北京后我先是忙《系统与控制理论中的线性代数》这本书,后来各种业务工作繁忙就把讲义束之高阁了。20 世纪末孙常胜在北大力学系讲完控制系统动力学后来看我,我告诉他还有这么一本讲义就借给他看,后来连我自己都忘了,直至采集工程开始,他来看我带来了这本早已是孤本的讲义,不同于控制系统动力学的是算起来从讲义弄好整整尘封了半个多世纪,期间真正认真看的可能只有孙常胜一人,而讲义的纸已经发黄且油印的油墨也已相当淡了,由于颜色上的差异,阅读仍可勉强进行。为了保护这一孤本我请李忠奎拿去复印这样在其上工作可以有效保护原件。当他拿回来的黑白复印件时,由于纸与油墨反差过小经复印后模糊一片已无法辨认,最后只能全部采用彩色复印才能勉强看清,完成整个讲义的校正其中困难可想而知。孙常胜教授在来看我时和后来的一些会议上对这本讲义给了很高的评价。这本书正式出版之后,我也收到了一些充分肯定的意见。

下面说说我理解的这本书的特点。

我一直认为最优控制理论在控制理论中是用数学多而深的一个分支,之所以如此是因为传统的变分法只对应容许控制集合是开集合,而最优控制对应容许控制集合是闭集合,即容许控制的变分已不能完全自由。此时最优的必要条件已不可能是 Euler 方程而是极大值原理。我列举了摆的最优制动、受控对象的运动受限和火箭导引三个例子以说明闭集上的最优控制问题,并在后来应用极大值原理研究了这三个例子。而我举的另外一个例子是属于最优控制器综合的,当时称为控制器的解析设计,这是我们自己提出来的,在随

后叙述动态规划时给了很满意的解决。

最优控制在刚发展起来时有不同的提法，例如积分指标最优、终值最优、最速等。它们之间是什么关系？不同提法下的最大值原理是怎样表述的？对于不同的端点条件怎样处理？最大值原理与古典变分法中 Euler 方程是什么关系书中均作了讨论，其中一些证明由于复杂放在附录中，这些内容组成了最优控制的第一部分，即用最大值原理表述的内容。

动态规划是最优控制的第二个重要组成部分。五十年代末我已经从外文书店买到了 R. Bellman 写的动态规划了。1962 年为了在一般力学成立大会上做大会报告讲清楚有控系统动力学问题中提到的最优性原理，我们曾经在教研室争论过怎么理解最优性原理，几个人争论也记不清是谁提出能不能找一个简单的例子来说明。这样在七嘴八舌的讨论中达成了一个共识，即用数字矩阵来做要求设计路线从 $(1, 1)$ 元至 (n, n) 元经过的各元数之和最小，然后发现此时从 (n, n) 出发反过来走，则每个元只需考虑两个数比大小，于是可以将任何 (i, j) 元出发到 (n, n) 的最优路径定下来。我们得到这个结论不仅做大会报告有了底，而且在给 1958 级学生上课时也用上了，当然也就写进了讲义。没想到该书在 2021 年正式出版后，我的一位忘年小友陈哲告诉我这是计算机的一个冠名算法，是由荷兰计算机科学家 Dijkstra 在 1959 年正式发表的，比我们早约三年。当时中国的计算机及其算法的研究刚开始，竟由我们弄最优控制的人碰上和解决，这件事让我很欣慰，因为我们虽非首创但也能与首创者几乎同时得到。那个年代由于科技信息相对闭塞，一些科学问题已被解决而过了三四十年以后又有人重复去做并发表，因为各自表述方式会不一样，别人常会讲“独立得到”。我们当时只是把这个用来解释最优性原理，

觉得这样能够说得通，也没有将其视为什么成果。

1963 年我带了三个六年级的学生做毕业论文，他们是郑应平、张迪和殷金生，由于动态规划本身是由离散方式表述的，对应的最优性原理最自然的表述也是离散的，因而对应的级数求和指标下最优控制所应满足的 Bellman 方程也比较容易得到，而连续系统如何运用最优性原理导出 Bellman 方程就稍复杂一些。接下来是这个方程如何求解，这三个人中郑应平能力最强，我安排他和张迪一起做连续系统二次型最优控制问题，而殷金生是系里当初想抽调留校的六个人之一，我就让他一个人做离散系统。为时半年，结果比较难的连续系统解决了，而离散系统却毫无进展。张迪对时变系统举了一个例子，表示与定常系统的区别。郑应平确实能力很强，对于线性定常系统的众多结论几乎与我同时得到，这样文章的发表就只能由郑应平、张迪和我署名了。文章相当长，连用小字排印的附录在内共 16 页，而且按照理论思维的习惯，能得到一般性的结论就采用一般性的写法，很多理论结论对于一般性系统与指标均能成立。结论最丰富的就是常系数线性系统的二次型最优，这也是应用价值最好且存在很好算法的，我写进讲义的也就是这一部分，后来我发现不少教科书也写了这些。对于非线性还无法证明的存在性和迭代法的有效性的困难也很清楚，问题在于 Lyapunov 函数的微商是否能一致收敛还弄不出来，这是一笔我大概还不了的欠账。连续系统的结果出来以后，在写进讲义时，我就把离散系统的问题也解决了。

作为最优控制理论的第二个组成部分的动态规划，在这本讲义中主要就讲了这些，正因为我们在其中的贡献，IFAC 在了解情况以后给了我一个 Fellow 的头衔。

最优控制的第三个组成部分是线性最速系统，

这里不像由变分法适应闭集变分而得到极大值原理的那种做法，而是直接从微分方程理论发展起来的，即将线性方程的非齐次项看成控制研究整个解的性质，然后从中找跑得最远也是最快的解的性质从而解决问题。这种想法也不容易实现，但退一步有可能通过可达集的特性求出来，于是从几何上看把可达集的几何性质弄明白将对搞清楚最速控制的属性有重要意义，当然这不是无条件的，为此必须对系统本身加以限制，这是解决可达性要做的第一件事。第一部分引进的 Lasalle 引理和矩引理都是讨论线性控制系统在控制受限时的重要依据和工具，并由此得到极值控制和最优控制的一批结果。这些大体上是当时国际上从比较偏数学的角度得到的结果，其中 Lasalle 引理很有影响，它指出对于线性系统来说，若控制函数限制在立方体中取值的 L_1 测函数，则由全部控制所得到的可达集和控制只取立方体顶点值的控制函数所得到的可达集是一样的。

1962 年国内在挑选文章去参加第二届 IFAC 大会时一共选中了两篇，其中一篇是我的《论衰减时间估计》，另一篇是宋健与韩京清的《线性最速系统的分析与综合理论》。1963 年 IFAC 开会前不久，自动化学会突然告诉我不能去参会了，我的文章改由宋健代我宣读。在那次 IFAC 开会前我们在北京西苑旅社由钟士模先生主持开了一个准备会，会上告诉大家宋健与韩京清的论文被拒了，理由似乎指文章的内容是已有的结果，当时我就觉得并不是这样的，因为我不仅听他们讲过这篇文章，也读过他们发表在《数学进展》上的文章。在预备会上我们分析认为可能是引用文献不全面，更多人认为可能是苏联学者从中作梗。于是决定带着单行本到会上散发。IFAC 会开后，听说我们这次的做法很成功，西方的学者特别是美籍华人教授特别支持。我在研究工作中对我们国人的

成果一贯特别看重，不仅在上课时更在写文章发表时。我在写这部分讲义时分析性的成果主要采用 Lasalle 等西方学者的，但综合的结果就选用了宋健与韩京清的内容，这更符合事实。关于采用等时区的性质找出综合的方法，我在写时也做了一些改动，以便更系统也更清楚。这些内容包括等时区的凸性与闭性及其他性质，并利用这些性质讨论了等时区的边界及对应切平面的性质，由此导出最速控制，然后利用这些研究了最速控制的综合问题，并给出对应线性系统用基本解矩阵表述的结果，这部分主要是宋和韩的贡献。

对于线性最速系统的研究，控制所属的闭集大都集中在立方体或有界凸集合上，此时问题相对简单，结果也干净漂亮。但当控制被看成函数集合时，限定它的闭集就不止是欧氏空间中点集的限制，例如在特定区间上由控制定义的下凸函数积分描述的约束就可以代表控制在整个区间上的约束，而不再是对具体取值的约束，这种约束的实际背景可以包括例如总能量的消耗等方面。如果控制受限的集合是双重的，即既有立方体又有下凸函数积分，此时这个集合虽然仍可以看成凸的，但很多性质就没有了，例如 Lasalle 引理等，解决问题就变得很困难。当时加州理工学院喷气推进实验室有位名叫 Neustadt 的数学家，由于工作的背景，他提出了这个问题并用数学巧妙地解决了，我出于对他的敬意将这个结果收进我的讲义中，其写法与证明完全是按照他当时的方法。这位 Neustadt 在国内很少听说，其实他对最优控制的研究还是很深的。

在这本讲义的最后我刻意安排了一些其他问题，这反映了我当时年轻好奇的特点，我用这一章收集了当时各种最优控制的流派，甚至还有最优控制与光学中的惠更斯原理的关系。收集这些既是出自于好玩即兴趣，同时也为做有趣的研究

收集方向与问题。但人算不如天算，讲义的书稿刚弄好交出去我就去农村参加四清了，回来以后就面临兵荒马乱的局面，连国家迫切需要的核潜艇惯性导航的研究我也只能浅尝辄止并很快就被迫中断，这些理论工作当然也只能作罢。

讲义被尘封了半个世纪后得以出版也算是一个交代，因为至今我能接触到的世界上已出版的最优控制的著作中还没有看到一本同时论述极大值原理、动态规划和最速控制的完整理论的著作。讲义的原件已捐给中国科学家博物馆收藏。

这本讲义当然有缺陷，因为它几乎没有任何关于计算机算法的内容，而这个缺陷本质上应归于时代，那个年代基本上还不存在这个科学利器，而这个利器正是最优控制走向应用并产生效果的关键。

关于这两本书，王金枝曾在她和杨莹合著的《潜心控制的拓荒人：黄琳传》中有如下一段叙述：

“在黄琳参加工作初期就花费大量时间在没有立项需求、没有出版计划、在北大设置控制专业前景还不完全明确以及对个人提职被冻结的前提下（黄琳自1961年研究生毕业到升为讲师整整经历了十八年），撰写这么丰富且有特色的两本讲义是需要有理想、有巨大勇气的事情。这两本凝聚了黄琳心血和努力、体现了他深厚理论功底和个人理解、涵盖了当时许多控制理论最新成果有特色的讲义尘封了五十多年，没有发挥其应有的作用，不能不说是一件非常遗憾的事情。值得高兴的是这两本讲义经历了搬家、内迁汉中和返回北京等多次迁徙，但仍得以完整地保存了下来，不仅成了难得的历史见证，而且在今天仍具有鲜明的特色和重要的学术价值。希望这两本涵盖了控制系统动力学和最优控制基本理论及方法的系统的讲义出版后，作为相关的学术资料能起到独到的积极作用。”

III、系统与控制理论中的线性代数

这是我第一本正式出版的专著，从开始动手准备到正式出版历经近七年时间和相当辛苦的历程，从数学的兴趣来看，本来我对分析数学的关注是超过几何代数的，是科学发展的态势改变了我的兴趣指向。1961年我的研究生论文答辩是由段学复先生主持的，他当时已是学部委员代数专家，答辩后他很高兴地说我们的线性代数还这么有用。其实“文革”前无论是控制还是力学用矩阵和线性代数的人并不多。钱伟长先生的著作也是求和符号连用的地方很多，也未能用矩阵进行简约表示，而代数学家则不知这些知识究竟怎么用，因为他们更喜欢讨论一般的线性变换而不用矩阵。1975年我曾带学生去汉川机床厂弄一个计算包络线的事，厂里的总工程师是留学捷克的，还说我们用了矩阵这一最新的数学方法，而此时矩阵在世界上已经有一百多年历史了。但大体上就是这么十五年，到了“四人帮”倒台，世界上力学、控制乃至工程界，由于计算机的出现，矩阵已经是在这些领域工作的人必须掌握的一种工具。很多科技问题均表明计算的很多算法离不开矩阵或线性代数，国际上不仅出现了一个新杂志《线性代数及其应用》，而且还专门为线性代数算法出了手册，这个手册用的是Algol 60语言，手册是对这个算法如何使用的说明，但却对于算法的来源和依据线性代数什么理论都没有交代。一天，当时正在研究水利工程计算固体力学的王大钧或邓成光把这本手册交给了我，希望我能帮忙弄明白这本手册的内容。我不是计算方法出身，也不懂程序，要做到这一点当然很困难，特别是基于矩阵分解的一些算法就看不明白了。因为这些是以前不知道且有些是此前不久才出现的，于是我决心恶补一下这几年专门为计算发展起来的

数值代数。好在汉中当时的图书馆有这些杂志和影印的外文书，慢慢地我也弄清楚了这些分解及其依据，就在当时汉中的讨论班上做了介绍。后来固体力学的老师也没再问，而那本算法手册上的内容我也只弄明白很少一部分，实际上没有完成任务，但我对数值代数一些理论方法的理解水平却有了很大进步，已能独立做些研究工作。

由于总在图书馆，我当然会很关心控制在各方面近十年的变化，不看则已，一看发现变化实在太大了，这表现为：

* 一个以 Kalman 关于线性系统结构理论（可控，可观）为基础的线性系统理论已经发展得相当成熟，而线性代数刚好是它赖以发展的基础。

* 出现了一个分支，系统辨识与参数估计和随机控制，此时随机性质在系统中已不仅是表现在输入上而且在系统本身。

* 五十年代曾出现的一种自适应系统已经从概念走向实现，即以多种模式出现，并且用的数学从随机到确定都有。

* 等等。

这些表明控制理论本身已不再像六十年代那样，而实际形成了一个相当规模的体系。不久权威期刊《数学评论杂志》也将控制与系统理论列为数学的一个分支，而在众多控制用的数学中线性代数几乎是出现频次最多的，这里包括一些离不开线性代数支撑的控制数学专题，例如 Wonham 著的那本《线性系统的几何理论》，从本质上就是讨论线性子空间及由其派生出的商空间之间的各种线性映射和相互关系问题，但如果没有足够的线性代数基础，无疑就是一本天书。虽然十多年没有参与活动，但我对当时中国控制理论界的数学水平是清楚的，大家都停留在文革前的水平，基于这个认识再考虑到力学界的情况，我觉得我有责任为控制和力学界出一本数学的工具书以弥

补这方面的不足，从此我就走上了这条长达七年的路。

我记得最开始是组织了个讨论班，一段时间我讲线性代数，因为当时 73 级工农兵学员已经分配走了，我这个跟班老师已经没有什么事了。在讨论班上我讲了矩阵的分解，例如 QR 分解等，还讲了广义逆，结果有人提出希望把这些印出来，当时真是业务荒废近十年，不等我找人弄，邱淑清、强明等自告奋勇担当了此事。这次采集工程在我这里发现的油印的“线性代数讲义”，应该就是这个。大体上就是这个时候我每天泡图书馆，编写一本比这个要全面的线性代数并明确命名为“应用线性代数讲义”。一直到 1978 年年底，这期间我边弄讲义边做一些自己感兴趣的问题而且得到了一些结果，开始在学报上发表而且专门从汉中到北京参加数学系 1978 年的学术讨论会。一段时间甚至有人认为我已转行改搞数值代数了。其实当时已传来关于汉中分校由北京来的师生全部返回北京的消息，而且相当一部分人已先行一步在北京或其附近找合作项目，以便在北大总校本部有“正当理由”占个房子。而我当时正在弄线性代数讲义的热头上，无心他顾，所幸夫人能支持我超脱。我在汉中已待了近十年，生活上我能适应这里的一切，于是我几乎心无旁骛地弄我的讲义。老伴曾在一篇回忆中这样描述我：

“从 1978 年初起，就不断传来我们将搬回北京的消息。是全部回还是部分回，怎么回，众说纷纭。在这搬家风潮中，人心浮动，不过他一直比较冷静，因为他很清楚，能不能回北京不是靠自己争取能决定的，先走后走也不是他能左右的，因此他不闻不问，一切听从安排，沉下心来，一门心思投入到他的“线性代数应用理论”的讲义编写之中。如此，他“抢到”了近一年的时间。

一直以来，在他的意识中是没有节假日概念

的,即使除夕和初一对他来说也和平常一样,只要手上有工作,一定照常进行。记得暑假时,图书馆不开门,他只好在家写教材。可是我们住在顶层四楼,两家合住一个单元,无法开门通风,当时连电风扇也没有,更不要说空调了。汉中的夏天,有时还是很闷热的,需要不断地搧扇子或不断擦汗才能求得些许清凉。无奈,他在家中只能穿着短裤,光着上身,右手臂下垫一块干毛巾,以免汗水洇湿稿纸,脖子上搭一条湿毛巾,以便随时擦拭脸上的汗水,我常看到他宽阔的后背上和两块胸肌上均匀分布的纤细汗珠如何从“芝麻”变“绿豆”然后涓涓流下的。

他是一个十分热爱自己专业的人,做事特别专注,尤其在他自己梳理清楚了工作的意义后更是如此。“文革”之后,百废待兴,他觉得当时的首要任务是要把十多年来控制领域的落后状况弄清楚,为此需要尽快出一本教材,一本线性代数应用方面的教材,让国内的年轻人读了这个教材后,能尽快地赶上国际水平。最起码,应该使他们去看国际杂志的文章时不再感到困难。他深感这个问题对于国内来说是非常迫切的,因此他便义无反顾地全身心投入其中了。没有任何人让他做这件事,完全是“自作多情”“自讨苦吃”。但是因为钟爱,所以不觉得苦累,甚至从中还得到了享受。后来事实表明这本及时发行的教材所发挥的作用超过了他的预期。”

1978年终于完成了这本讲义的初稿,就在此时国防科技大学的沙钰和凌德海来信提出希望我去他们那里工作,沙钰是我的师弟,1955年进北大数力系学习,上学时我们联系不多。凌德海是我指导的毕业论文,算是我的学生。当时我觉得也好,但他们提出希望我能先到他们那讲点东西,我就把我的书稿寄给了他们,但由于周培源先生不让我走要找我谈话,直到1979年2月我搬回北

京后才去了国防科大工作了近三个月。他们把我的书稿事前分三册印成了讲义,这是我第一次讲应用线性代数。后来他们打报告给国防科工委希望上面出面将我调去,此时钱学森(当时兼任国防科技大学系统工程的领导)知道了,说你们早干嘛去了。

长沙讲课期间,我有不少空余时间真正认真考虑这三本讲义进一步修订的问题。讲课的时间还是短了些,无法全部讲完,但毕竟是一次成功的实践。反应还可以,虽然几乎没人与我讨论问题,人数也从一开始满满一大教室再加走廊下降到还剩百人左右,因为是在军队院校讲,长沙的其他高校没什么人来听。长沙讲课结束之后我即去厦门开控制理论的会,在会上认识了西北工业大学的戴冠中,他不知从哪里知道我在国防科大讲应用线性代数,希望我明年能到西安讲课,由他来组织。如果说国防科大要我去讲课还是想了解我有没有真本事,那么戴冠中就不同了,因为他对控制是了解的,这是我第一次感受到自己坚持这么多年孜孜以求的价值。在厦门开完会回家的路上我在浙江大学停留了几天,由于丁皓江、徐博侯等人的安排,在这里又选讲了一些内容,得到的反应用丁皓江的话讲即“哪有像你这样讲的,几天讲这么多东西,你看,像那位王教授讲了两三天连前言都还没完。”这话反倒提醒了我,即我将来写成书必须是精炼的,没有废话,如果像他说的王教授那样,这本书可能就太厚了,这不是我的风格。

1980年2月我应邀去了西工大,戴冠中在回忆此事时这样写到:

“文化大革命”刚一结束,科学之春莅临中华大地,控制界也掀起研究和应用现代控制理论的热潮。研究现代控制理论,首当其冲地需要较多的线性代数理论知识,为此黄琳以坚实的数学功

底,很短时间内写出了“线性代数应用理论”讲义,并在全国近十个高校及研究所讲授,在此基础上出版了《系统与控制理论中的线性代数》专著。1980年春,我邀请他为西北工业大学“现代控制理论讨论班”的教师(也包括西安地区多个国防研究所的科技人员)系统讲述该书,听课者达两百多人,历时两个多月。他不辞劳苦、无偿地、认真而精彩的讲课,赢得全体听课者的钦佩与感动。现在回顾当年的这些往事,恍同隔世。这三十多年,正处于我国改革开放的历史时期,而黄琳所研究和推广的现代控制理论在我国也得到了蓬勃发展,我国学者在这个舞台上已占有重要席位,而我国的国防武器装备、机器人、工业制造和过程控制、通信和信息系统控制、经济和管理系统控制等领域,到处都活跃着这个理论的足迹。”

我在西工大开讲后,西安交通大学的万百五先生来找我,希望同样的内容能在西交大也讲一次。后来成为科学院院士的徐宗本当时正在读研究生,出于好奇他去听了我的课程,后来回忆起此事,他这样写道:

“作为一名数学系学生,出于对非数学家讲授数学的好奇,我听了黄老师的系列讲座。本以为听他的一次课,满足自己的好奇即可作罢。但想不到的是我竟然被他的课程所深深吸引,经年难忘。这次经历使我收获了一本珍藏近三十年并时时翻看的听课笔记,也在心中树立了一个“老师”的范型——做老师就应该做这样的老师!”

黄先生的“控制论中的线性代数”课程信息量极大。在短短的一个月内,深入浅出、广泛而严密地将线性代数这门数学的必修课程的延伸发展通讲了一遍。从矩阵函数、矩阵微积分到控制系统的稳定性,从矩阵逆、广义逆到线性方程组解的细微刻画,从矩阵分解、空间分解到最小二

乘法原理,从矩阵秩、算子谱到广义特征值问题,他的“十讲”让我们在一个更高的高度、更宏观的维度,重新认识了这门课程的精髓,是一个全面,而又不失深入的“数学便餐”,更是“数学大餐”!

……

我认真做了听课笔记,并将其珍藏了近三十年。每当我遇到线性代数问题的时候,总是会时时翻看这本笔记,看看能否从那只言片语的记录中得到启发。我后来为解决稀疏微波成像问题时所发展的 $L(1/2)$ 正则化理论,从一定程度上也是受到黄先生所讲授的最小二乘法原理的启发的。”

戴冠中和徐宗本两位先生曾分别从国防需求和学术本身回忆了在西安讲学的情况。

1981年我又应南京理工大学之邀为南京地区的工科院校讲了一次,参加的学校还有南京航空航天大学、东南大学等。后来还有一些单位例如武汉海军工程大学等来邀,由于我想尽快整理成书就请别人代我去或干脆婉拒了,这样我就可以集中精力投入到修改讲义的工作中。根据多次实践我觉得名称应改为《系统与控制理论中的线性代数》,觉得这样比原来的讲义名称更确切。由于在修改的过程中我充分体会到用矩阵 A 的列空间 $R(A)$ 与零空间 $N(A)$ 来处理问题既方便又简洁,于是就必须把整个内容全部进行这样的处理,处理过程中我也充分体会到这种方法带来的好处。为了使得内容更充实与有特色,我决心再次泡在数学系的图书阅览室中以便博采众长。当时听说北大出版社有个不成文的规定,数学书原则上由数学系写才合适,我就放弃了在北大出版社出书的打算。到了1982年有一次同于景元等谈起此事,他讲 he 可以去同科学出版社谈,出版应没问题,这样就定下来在科学出版社出版。负责此书的编辑是一位学数学的工农兵学员,厦门开会时好像他也去了。当时还没有电子排版,是用铅字印的,

在给我校对时,铅字工人不明白的字仍用黑块表
出,这表明编辑在交给我前并没有看过。本来这
问题应该是这位编辑先解决的,结果大量他应该
编辑加工的事一股脑都塞给了我,使我无法集中
对内容校正,结果在1984年正式出版以后我不得
不弄了个较长的勘误表给出版社以供第二次印刷
时得以改正。1985年我收到一封简单的证明,是
科学出版社出具的该书获奖评为优秀图书,后来
出版社告诉我,奖金只发给编辑,作者没有,我
听了只能笑笑。

后来我还出了几本书,无论哪个出版社让我
校对时都没有再发生过这种情况,这表明之前的
编辑只是个例。该书的第二次印刷在1986年,此
时已将错误进行了更正,到了1990年又进行了第
三次印刷,三次印刷总共约15000本。后来由于
科学出版社迁址,把印书的纸型丢了,该书遂成
了绝版,这样一来就无处可买,于是一些高校上
课无书,在这种情况下我征得出版社同意在北大
胶印了一批书,通知需要的单位前来购买,只收
成本价。后来有些高校例如南京理工大学干脆自
己印刷发给每届研究生作为教材。据说每届研
究生毕业时都会把其他的书作为旧书卖给师弟
师妹,而此书一般都会带在身边不肯割舍。也有
不少留学生出国都带到国外,在国外搞控制的
学者一般都会有此书。1993年我筹备全球华
人智能控制会时碰到一位素不相识的田纳西大
学的James C Hong华人教授,他竟告诉我他
也弄到了这一本十分有用的书,我觉得奇怪,
他说是北大数学系的沈燮昌教授在他那里做
访问学者时向他要来的。我同这位沈教授只是
认识,并无深交,也从未送给他书,后来一次
闲聊方知他是向我的同事周起釔要来的。

我没有刻意收集过业界对此书的看法,在我
八十岁生日时学生给我出了一本文集,请一些
朋友写了一些文章,其中相当一部分人谈到了这

本书,校外同行近四分之三的人在文章中提到了
此书,其中包括多名院士,这里我无意全部列出,
仅举一些例子说明他们的看法:

管晓宏:

“黄琳院士基于这本讲义的著作《系统与控
制理论中的线性代数》于1984年出版。当时我
已经在读研究生了,马上就买了一本。因为我们
只有工科的高等数学和线性代数基础,学习这本
书的内容很吃力。当清华大学自动化系邀请黄
琳教授给研究生开“现代控制理论的数学基础”
课的时候,我已经硕士毕业去西安交通大学信
息与控制系当教师了。我借出差和其它来京的
机会,慕名回学校旁听黄老师的课。

记得当时很多同学们是第一次听理论性这
么强的学科基础课,开始不习惯,黄老师布置
的题目不会做。有的同学要求黄老师能否讲得
浅一些,按我们习惯的工科内容讲。黄老师以
大科学家的严谨态度,耐心给同学们解释打好
理论基础的重要性。黄老师教导同学们要学好
专业基础理论,才能做好研究,从而实现研究
工作的创新。

……

黄琳院士在八十年代初就写出专著和教学
参考书并在清华大学开设“现代控制理论的数
学基础”课,改变了很多同学不太重视基础理
论的认识,也在某种程度上改变了当时控制科
学与工程学科的教学科研实践的学术氛围。黄
琳院士的书是改革开放之后最主要的控制理论
参考书之一,几代自动化人获益匪浅。他为
我国控制科学与工程学科的学科建设和人才培
养做出了特别的贡献。”

段广仁:

“黄琳老师的这本《系统与控制理论中的
线性代数》,是系统与控制理论的基础,出版于
科学出版社,被评为1984年全国优秀科技图
书。这本书影响了控制界的几代人,其作用和
影响是巨大的,

对于我国控制界的人才培养和我国控制学科的发展起到了重大作用。

……黄老师的著作有两大特点：第一是内容结构层次特别清晰，特别有深度；第二是表述特别严谨、严格。与黄琳老师熟识之后，感受到书中的这种严谨也体现出黄琳老师为人、处事、做学问的特点，体现在他工作、生活的方方面面，自然也包括教学方面。”

王飞跃：

“当然，黄老师的《系统与控制理论中的线性代数》一书是我下功夫最大的控制基础理论专著。开始以为凭自己的代数功底，这应该是一本易读的书，不会花太多的时间。很快，就发现自己大错特错：这本书需要耐力和功力，因为除抽象程度外，无论是在内容还是在深度上，都比之前读过的纯数学相关著作更广、更细、更难。年轻时觉得什么都简单，顺理即可成章，但今天回味起来，黄老师一定下了大气力和苦功夫写下这本专著。前段时间黄老师告诉我他正在修订此书，让我感叹不已，不知自己到了八十，是否还有这般雄心和气力？”

读完黄老师的这本书之后，我接着读了 Wonham 的《线性多变量控制：一种几何方法》，竟然十分顺畅，感觉两本书的特色是一本“厚重”但灵巧，一本“飘逸”却精准，把线性控制系统的拓扑空间结构及各类同构等价关系讲的十分透彻，皆可作为控制领域的经典之作。再读其它控制教科书，感觉太容易了。”

邹云：

“说起黄老师，影响我最深的还要数他编著的《系统与控制理论中的线性代数》了。这本专著整整影响了我们一代的控制学人，也是我迄今看到过的同类著作中，最深奥、最全面、也最有特色的一本专著，非常喜欢。于是，我就开设了一

门研究生课，尝试给工科学生讲授。没承想，这一讲就讲了近二十年。成为研究生最受欢迎的课程之一。

……很快，我发现学生们十分喜欢这本书。这个学院的学生毕业时，常常连《自动控制原理》都摆摊出售给低年级学生，以至于学校书库的六百多本库存积压了无数岁月。但这部数学专著，教材科却不得不盗印了一批又一批。”

由于这本书的影响，我的学生中有的在报考北京大学研究生时并不太清楚我的情况而是先知道这本书是我写的就来了。洪奕光、王金枝、郭树理、李忠奎等，他们在一些回忆文章中叙述了来到我名下学习之前这本书对他们的影响。

书正式出版以后，清华大学自动化系知道后便邀请我去讲课，这是第一次作为学位课的授课，后来由于出国且比较忙这个课就由于年才去上了。

后来的三十年里，系统与控制科学的发展对线性代数的使用又有了新的需求。运筹学在其中的作用日益显著，这是由于系统日益复杂，系统的信息结构已不再是简单的反馈结构。关于系统性能所需要的描述常常可以用线性代数的二次性能这种具凸性的指标来解决，这类具有下凸性指标的线性系统特别适合用线性矩阵不等式 (LMI) 来求解，而这类问题归结的凸规划问题用内点法求解显示出很多好处。另一方面由于系统的模式也需要矩阵分解这类工具给出不同形式的结果，其中一些会引起研究者的兴趣。由于大系统研究而需要的 M 矩阵以及一些特殊的经济系统所需要的非负矩阵等在复杂系统中的出现等都需要本书作必要的扩展，而由于计算机的普及，人们对算法的理解与熟悉比起八十年代有了显著的提高，在本书中再谈这些就明显觉得多余，同时 30 多年的实践表明本书中一些线性代数的内容并未显示出其优越性。诸多因素促使我必须考虑对原书进

行补充、精简和修改成为第二版。当我同年轻学者商量请他们来做此事时，均不愿承担，而不得不使我决定自己操刀，此时我已是年近八十的耄耋老人，心想这也算是我这一生最后为中国控制界做点实事。由于此书出版时还没有电子版，这样就先让学生将原书录入，新的内容则由我手写再录入。由于此书原来的反映很好，出版时出版社向国家相关基金申请到了最高的科学出版基金，然后用我的科研经费补完了不足的部分。从2014年弄起，当时我已79岁，有一次去西昌的路上，航天五院的研究人员问我忙什么，我讲了这个他们也很惊讶。李忠奎在其文章中曾这样说道：

“先生在上世纪八十年代曾出版过《系统与控制理论中的线性代数》一书并在全国十余所高校教授其中的内容。该书的资料收集始于汉中，当时非常艰苦的环境，经先生潜心五六年撰写并不断修改而成的，曾重印两次，共发行了1万多册。该书对于很大一批学者学习矩阵理论以及在现代控制理论的应用，产生过重大影响。我曾经听好几位五六十岁的学者说起这本书对他们学习和做科研的帮助。可惜这本书绝版已久，现在很多青年学子未能有机会读到这么成体系和有深度的著作了。在许多同行和我们几个年轻老师的鼓动下，先生以近八十岁之高龄，亲自捉刀，修订这本书。删改了其中一部分略显陈旧的内容，并加入了两章新内容。这些新内容由先生独立完成，撰写在手稿上。从构思收集资料开始，先生只用了四五月的时间，就写出了三百多页的手稿。这显示出先生虽已近耄耋之年，思维依然非常活跃和缜密，让我们这些年轻人都自愧不如。在书稿的修订过程中，我见识到了先生对于学问的精益求精的态度。书的其中一节内容用到了国外的一篇经典文献，先生发现其中有几步推导有问题，并不严谨。先生遂思考解决之办法，精神之专注以至于影响

晚上的睡眠。后来终于给出了对原证明补正的方法，改正了论文中的不当之处。先生在完成了最后一部分手稿后，还因为精力不济，未能按原计划完成针对用凸规划方法解决控制问题另给出一个便捷而又严谨的叙述，而感到怅然。这是什么样的精益求精、严谨治学的精神啊。”

由于修订后的第二版篇幅大，科学出版社为读者方便建议将其分上下两册出版，这样在内容上也分得更清楚。

在过去的三十年里系统与控制理论得到了巨大发展，但与线性代数有关的核心问题归纳起来主要有：

鲁棒控制的出现应该是八十年代控制理论界发生的极为重要的事件，它主要有两个学派：一个是 Zames 提出的 H 无穷控制。在 Doyle 等人的研究下将问题的解归结为两个 Riccati 矩阵方程的解，而其求解又与一类哈密顿矩阵 (Hamilton matrix) 的性质有关；另一个则是由俄国人 Kharitonov 的工作推动起来的参数不确定性的鲁棒分析，它归结为多项式集合的根分布问题。

如何用规划的方法研究控制一直是受人们关注的问题，这方面的工作在九十年代由于大量控制问题可以归结为线性矩阵不等式的求解而得到很大发展，但是作为优化方法中将约束条件合并到指标中作统一考虑而引入的乘子方法在由不等式描述的规划问题中是否会引起增解或亏解的问题也引起了研究，另外作为一个基本优化工具的最小二乘方法也在考虑存在不确定性时取得了新进展。

早年的大系统和现在的网络的共同特点是规模大，但关注的问题和系统的结构却不同，在对它们进行研究时碰到两类特殊的矩阵——非负矩阵与 M 矩阵，对它们的性质的讨论成了解决问题的核心，而研究这两类矩阵性质的方法又有着独

到的特色,并且这两类矩阵对于研究经济系统来说十分重要。

对线性系统的描述常用频域与时域两种方式,两种方式之间的沟通和争论对于控制理论的发展起到了很好的促进作用,频域语言常带有明确的物理或工程意义,而反映系统这类特性在用时域模式表述时总用矩阵、矩阵等式或不等式的性质来进行刻画,这样就引发出利用矩阵关系讨论系统性质的兴趣,而由此得到的结论常常是可以有线性代数算法支持的。

这三十年科技界的重大变化之一是计算机的普及,大量基础的线性代数算法已十分丰富且自成系统,并已发展了相当完善的软件包。如果说三十年前将一些基础的算法写在书中还是必要的话,时至今日由于在应用计算机、理解算法和编写程序上教育水平的巨大进步和很多这类书籍及手册的出版,在本书中继续保留相关内容就显得多余,对于有关数值线性代数的内容,这次修改只保留其基本原理的部分。

该书出版不久我即正式退休,只是在送书给人时收到部分鼓励性质的反应,对于此书在教学及科研实践表现如何,因我已不能亲为也没有刻意收集,只能有一个空泛的结论,即还没有听到不满和批评的声音,唯一知道的是此书上市以后很快售空,只得加印了两次,这是从出版社得到的反馈,看来他们还算满意。

IV、稳定性理论

1979年我们从汉中迁回北京就有了硕士生,但能招博士即建立博士点则是在1985年,有了博士点以后就得定学位课,大致从那个时候就把稳定性理论定为学位课。比较早郑应平就给我弄来一本反映当时稳定性成就的著作: Rouche, N., Habets, P. and Laloy, M. Stability Theory by

Lyapunov's Direct Method. Springer-Verlag, 1977. 由于1963年我给1958级的学生上过一个稳定性理论的课,那时国内有关稳定性的书只有两本,秦元勋的书和苏联杜伯欣的差不多,而后者基本上是Lyapunov 1892年博士论文的内容。另一本是中山大学许淞庆的,他是留学苏联的,把一些新的稳定性的成就编进了书里,还是不错的。当时我上课选用了不少他的内容。(许淞庆,运动稳定性理论,上海科学技术出版社,1962)改革开放以后,我重新捡起稳定性理论时认识到稳定性理论由于控制科学的推动得到了前所未有的发展,但上面所有的著作包括意大利人Roache, N. 等后来的书都没有涉及。国内由秦元勋的学生王联、王慕狄和他一起出了一本书也没有控制的内容。1988年高为炳写了一本《运动稳定性基础》由高等教育出版社出版,但也不适合北大的教学要求。基于这种情况我决定自己编写教材,编写的原则应该是:

①将控制科学中稳定性的发展加进去并与原稳定性相结合。

②扩大应用包括力学系统。

③数学上不能有错误。

④加进大系统稳定性用到的向量Lyapunov函数,并使上述思想成为有机的体系。

由于内容比传统的运动稳定性有了较大的扩展而证明又不能马虎,篇幅势必会大幅增加,当时我想也许可以通过数学上出现不久的以符号来表达证明的方式节约篇幅,这个想法最早是从苏联出版的书上得到的,而且在我弄明白这点以后也觉得这样做很漂亮,后来听说这样做源自法国的布尔巴吉学派(School of Bourbaki)。由于我在上课时对这种做法专门讲解并做过一定的练习,经过一段时间后研究生们对于这些符号也习惯了,这让我对使用这种做法有了一定的信心,在花了几年时间选择材料、认真考虑结构后开始写出书

稿，大致又花了一年时间，最后作为研究生的学位课教材，于1992年由北京大学出版社正式出版。

在有了书以后我讲课时还是有个习惯，讲课内容大致按书又不全按书的内容，这可能是北大教授的习惯，总会讲一些书上没写的，这个时候来听课的已经不只是北大的，常来的有北航与系统所的研究生。由于我已是北航的兼职教授，他们那里的研究生干脆一来一堆，主要是来自高为炳院士创立起来的第七研究室，而北航的主管研究生教学的老师竟发话“听课通过考试有黄老师签名的都可算是学位课成绩。”

书正式出版以后，当时的编辑邱淑清是我原来的同班同学，告诉我要报奖，他们很想拿到一等奖，但1995年7月公布结果时仅获全国优秀科技图书二等奖。北大出版社的有关人士对这个结果不服又重新申请。于1995年11月获第二届全国高等学校出版社优秀学术著作特等奖。这个奖还登了报，我记得特等奖似乎很少，也就1-2项，各级奖在一起有几十项，后来出版社为此还庆祝了一下。整个报奖的过程我没有介入。采集工程开始以后，王金枝等以邱淑清是我同班同学为由采访了她，谈到此事时，邱淑清说：“这个奖的全程是我给他弄的，因为他的这本书是一本研究生教材，总结国内外成果包括最新的成果比较全面，结构与叙述严谨，概念准确，是北大的又是老同学写的，而且这本书本身写的也非常好，我当然得尽力，能拿到这个奖也是很难的。”

此书出版以后我没有刻意打听哪些高校用作研究生教材。有一次在扬州开会碰到清华大学力学系的李俊峰教授，他说他在讲这个课用的就是这本书。

1996年2月我应澳大利亚的西澳大学一位K. L. Teo教授（是一位马来西亚华侨，中文名字为张国礼）邀请访问珀斯的西澳大学，送了一本稳定性

理论给他。次年他与Cantoni院士一起访问了北大。期间他好奇地问我：“关于‘Hurwitz判据’的证明，为何在别的书上都找不到而你的书上却有？”我笑着对他讲：“在北大上课对学生说定理不能证明是混不下去的。”郁文生教授曾在“师恩浩荡，风范永存”一文中这样写到：“记得《稳定性理论》中著名的‘Hurwitz判据’的证明，在大多数同类教材中大都因为证明繁杂而将其省略，仅给出参考文献了事，而黄老师则利用同伦的思想，非常简洁、巧妙、严谨地仅有1页就给出了完整的证明，记忆深刻。”也证实了我的这一说法。

关于这本书的影响可以引一下清华大学梅生伟教授在一篇文章中的说明，他在系统所读博士时曾在我这里听了这个课，他是这样评价的：

“跟随黄先生学习的日子里，给我印象最深刻的有以下两件事：

一是先生的大家风范。黄先生上课不带讲义，讲授内容烂熟于心，而彼时先生已年近六旬，我想除了先生的超强记忆力之外，最重要的是他深厚的学术造诣，特别是对微分方程、高等代数和一般力学已然到达炉火纯青的境界。他授课如演讲，广征博引、逻辑缜密，或叙或写，如行云，如流水……每次上课我不仅获益匪浅，而且感觉还是一次难得的享受。应该说“稳定性理论”是一门艰深晦涩之课程，既需要严谨深厚的数学基础，又依赖于对工程问题的感性认识及凝练，学好不易，讲好更难。黄先生讲课如此自如潇洒，非一流大学者不能为也。

二是他的名著《稳定性理论》。为了学好“稳定性理论”这门课，我下了大工夫攻读此书，感触颇多，可用两“最”一表：此书是我读过的稳定性领域内容最为完备，逻辑最为清晰之作，尤其包含了先生自己的科研成果，堪称巨著。此书还有两大出彩之处：一是严谨精炼的数学表述，

即便相关数学著作也难望其项背，凸显先生精深的数学学养；二是斐然的文采，可谓一般理工科专著所罕见。时至今日我仍记得书中的若干片段，序言一部，尤其精彩。这里讲一个小插曲。2009年我受邀参加全国优秀博士后评审，最后一轮看到一位候选人的博士后工作报告，读其前言时感觉内容似曾相识，当即判断应从黄先生书中而来，随后报告工作人员。因无直接证据，工作人员起初颇为犹豫。我建议他们即可在网上查证，一番功夫后，果不其然。一工作人员很兴奋，问我怎么记得这么细？莫非是黄先生的学生？我笑答称是，心中充满自豪感。”

V、稳定性与鲁棒性的理论基础

1985年我去美国作访问学者，合作者是UMASS的C. V. Hollot，我把一篇有英文单行本的关于弹性体控制的论文给他看，其中用到正多项式对这个概念。他看到后大为兴奋，打电话找我，给了我几篇关于多项式族稳定性的单行本，包括Kharitonov对矩形族四顶点判断鲁棒稳定性的结果，这被认为是具参数不确定性鲁棒稳定性的开山之作，从此我就进入了鲁棒稳定性与鲁棒控制的研究领域。在离开美国前夕我们完成了被称为里程碑式贡献的棱边定理的证明。发表等事宜一切均由Hollot做主，后来他获得了美国1988年总统青年研究者（PYI）称号，还将报奖用的材料发给了我。在获奖的材料中正式发表的文章中有近一半是与我合作的，后来他还用这个奖提供的研究经费请我去美国合作研究了半年。这也表明我第一次出国作访问学者在鲁棒分析上做得还是可以的。此时我才发现棱边定理那篇文章的第一作者Bartlett正在Hollot指导下攻读博士，以前我从未见过他，我和Hollot合作发表的第一篇文章也有他的署名，在论文署名上怎样做我全听Hollot的，

因为我不了解情况和老美处理这些事情的规矩。

第二次从美国回来以后，我就开始推动国内在参数摄动系统方面的研究与发展，在控制理论及应用的全国会议上做过大会报告和主旨发言，其中影响较大的一次是1992年和王恩平在他的家乡组织了一个鲁棒控制暑期研讨班，参加会议的加起来不足十五人，每天上午参会人做报告，下午讨论，历时不到一周。后来其中有五人被评为长江学者特聘教授，当然这不是这个研讨会的功劳，但至少反应了这些活力极大的年轻博士对鲁棒控制的兴趣和投入。与此同时我和王恩平、王龙、于年才一起对多项式族稳定性建立起关于用值映射等价族的方法的边界定理，它为当时已存在的Kharitonov定理、棱边定理和菱形族定理找到同一理论基础，另外在严格正实的鲁棒分析与综合上也得到了一系列结果。但此时我已意识到将这套理论用于设计控制系统依然差距很大，关键在于难以由我们来解决碰到的非线性非凸规划问题，而解决这方面的计算问题是我从未做过的，如果这个问题不能解决这一方向注定将停步不前。

从此我决定认真学习与了解当时鲁棒控制的方向，发现1988年将 H_∞ 转化成两个Riccati方程求解，应该讲可以借助数值线性代数方法走向应用而获得新的动力， μ 或结构奇异值的方法也由于NP hard问题而停步不前，至于非线性时变系统的问题主要还停留在理论上研究而已。这一切表明经过十多年的发展鲁棒控制能真正走向控制应用并在解决实际问题上发挥作用的主要就是 H_∞ ，其余的停滞不前，也难指望短期有所突破，从基础层次看是到了进行梳理总结其主要方面的时候了。下面两本书的正式出版表明 H_∞ 和参数不确定性这两个鲁棒控制的主体已经有人做了很好的总结：

Bhattacharrya, S. P., Chapellet, H and Keel, L. H.,

Robust Control: The Parametric Approach, Prentice-Hall, 1995

Green, M. and Limebeer, D.J.N., Linear Robust Control, Prentice-Hall, 1995.

大致在 1998 年前后, 耿志勇给我拿来一本新书:

Leonov, G.A., Ponomarenko, D.V. and Smirnova, V. B., Frequency-Domain Methods for Nonlinear-Analysis, World Scientific, 1996.

看了以后让我想起几个思考过的关于 Lyapunov 方法的问题, 由于这种稳定性的判定总是针对系统全状态的, 但实际系统很少有这种要求, 而对状态若有选择性要求稳定性的理论却又很难应用, 而频域的描述则往往可以有效地给出仅针对输出合适的结论。状态空间描述更有利于理论分析, 但却失去了系统物理特性, 反之频率描述却不仅可来自实验, 而且更有利于进行符合工程或物理需求的设计。

Lyapunov 稳定性是一种渐近性质而工程上需要常常是定量的或者仅要求解有界, 系统不会自振与发生混沌等, 发现这本用频域语言写的书已在这方面有讨论而且判定也还实用。

做了这些功课以后我决定以我写的《稳定性理论》和以上三本著作为基础, 将我这几年所了解的这方面的重要成果有机地结合在一起, 然后挑选其中最重要和最基本的内容写一本较能反映最新最本质进展的书。

本世纪初我申请科学出版基金出版该书, 结果很幸运地得到了优先资助。书于 2003 年正式出版, 在这本专著中除了认真总结提炼相关内容外还有两部分值得一提。

一是关于其中最主要的理论来源例如 S- 过程溯源, 这本书做到了在这个领域的数学(除需要承认很少纯数学的结论以外)基本上的完备, 即

大多都能找到原始证明。长时间以来研究非线性控制系统稳定性, 特别是绝对稳定性的都会提到 S- 过程这一方向, 但如何确切地界定这一方法, 甚至什么叫 S- 过程也没有共识, 这使得如何正确应用这一理论方法大受局限。为此我查到了以下很有价值的文章:

Yakubovich, V.A., The Solution of Certain Matrix Inequalities in Automatic Control Theory. Doklady Akad. Nauk SSSR, 1962.

Yakubovich, V.A., S-Procedure in The Nonlinear Theory of Automatic Control. Vestnik Leningr. Gos Univ, 1971.

这两篇文章都是刊登在俄文期刊上的, 我在仔细读懂后认为所谓 S- 过程完整的叙述应该分为两部分, 即频域不等式与 Yakubovich-Kalman 引理和规划亏值问题。我在书上用三节篇幅对此做了详细的阐述与证明, 这样我也就心安了, 即关于 S- 过程这个重要的数学工具在中国有了一个准确的完整的理解。由于这个工作主要来源于俄罗斯, 西方学者对此是否有清楚的认识就不了解了。

另一个是第二章中(2.11 节)关于多项式族稳定性理论的讨论, 提出值映射的方法和等价族的概念, 指出在参数空间(要求参数到多项式系数的映射是仿射的, 参数空间中取值的集合 Q 是仿射变换下单连通保持的此类一般都具有的条件), Q 的相对边界具 D 稳定的充要条件是 Q 的闭包是 D 稳定的, 并称为边界定理, 相应的方法为边界检验方法, 这个定理可以很方便地把当时发现的三个主要结果 Kharitonov 定理、棱边定理、菱形族定理作为推论证明出来, 从而起了一种基础性的作用。这个结果出来时《稳定性理论》的书已临近出版因而并未收录。

出版此书前, 我是手写的内容, 后请学生用计算机录入成电子版, 打印出来后连同电子版

交给了科学出版社。这本书由于它不是教材，总的来说比较难懂，写得也简洁，同《稳定性理论》一样不少证明也是采用符号叙述的方法，否则篇幅将非常大，如果不具有一定的数学素养可能不容易读懂。我没有刻意收集反映，只是听到和碰到一些事：一个是采集工程小组在采访北京航空航天大学霍伟教授时，他拿着此书指出他在指导博士生论文时，是这本书中的一些结论给他们以启示，采用书上的理论与方法解决了他们研究的问题。有一次，王金枝告诉我系统所郭雷的学生在读该书关于时变系统的内容时对一个结论产生过怀疑，我记得那个结果是从 Cesari, L, *Asymptotic Behavior and Stability Problem in Ordinary Differential Equations*. Springer-Verlag, 1959 书中弄下来的，但证明我精简过，我将此书告诉了王金枝并请她转告，后来我没打听结果，但至少说明系统所是有人仔细看的，在控制界郭雷与霍伟都是以认真而又严谨有名的。

这本书不像那本代数书，在我八十岁生日的文集中只有两位学生对此书作了文字表述，其他仅说一句带过的不算在内，分别是董海荣和欧阳华，董海荣参加了书稿录入成电子版的工作，对书稿做了肯定，这里就不谈了，而欧阳华是带着这本书出国的，他这样写道：

“毕业那年，获赠黄老师的学术专著《稳定性和鲁棒性理论基础》，不胜欢喜。这些年这本书连同老师的教诲一起陪伴我求学英国和澳大利亚。遇到问题查阅其中的一些章节，觉着言简意赅，深入浅出，里面的一些思路和技巧妙不可言，至今也不敢说全部掌握，更别提运用自如了。常自我安慰，黄老师渊博，如这个领域的活字典，他一生几十年的理解和总结，我等不能全懂，再正常不过。”

这段话非常符合我当初写此书的初衷。

结语

我一生写过五本书，其中四本由科学出版社出版，用的都是“编著”，因为听说如果写“著”须至少有四分之一是自己研究的成果，而要真正做到这一点，例如稳定性这门已经发展了一百多年历史的学科，除了 Lyapunov 本人在早期出版的稳定性书中能够做到这一点外，其他任何人都不可能做到。另外我相信真正想好好读书的人是不会用这种署“编著”和“著”的区别来评价书的质量。至于报奖更不是我感兴趣的，《稳定性理论》一书是真正得奖的，但那是出版社弄的，在书出版时署名上就埋下了伏笔，邱淑清一开始就建议我不要“编著”，但我不愿意用“著”而被人诟病，结果她想了个办法，即只写作者名字，不写“著”或“编著”，我觉得可以，这在相对僵化的中国出版界是个特例，而在国际上并没有这种区别，写上 editor 的通常是文集，没有书是自己写的而强调是编的，我不在乎这些，觉得做好自己的东西才是最重要的，只是感觉强调这种区别很好玩而已。

我有一个观点，从一本书中抄东西放在自己书里作为主要内容应该叫抄袭，但从十几本论述不同的书中取材，虽没有自己的成果，整理后成为有机的浑然一体的东西就应看成是集成创新，因为这种再加工并不是唾手可得的事。我和很多同行谈了这个看法，他们也同意，而这就是我取材的基本原则。

我在控制科学领域做过一点事情，也算小有成绩，这些在这五本书中均得到了表述，这样我也就很知足了。因为在科学发展的进程中这些事情是十分渺小的，如果没有发生那十多年的动荡，我相信会更好些，但这并不取决于我，我的能力



也有限，环境条件也不能由我决定，总的说来还是问心无愧的。

写完这篇文章我认为无论是我能做的科学事业，还是我本人都应该画上句号了。



【作者简介】黄琳，扬州人，1961年北京大学数学力学系研究生毕业。北京大学工学院教授，现已退休。中国科学院院士，IFAC Fellow。他是北京大学控制学科的创立者，长期从事控制理论与稳定性理论的研究。目前的研究兴趣在有关力学系统的控制特别是飞行器的动力学与控制方面。