

2022年诺贝尔物理学奖 与量子纠缠简介

谢柏松 北京师范大学

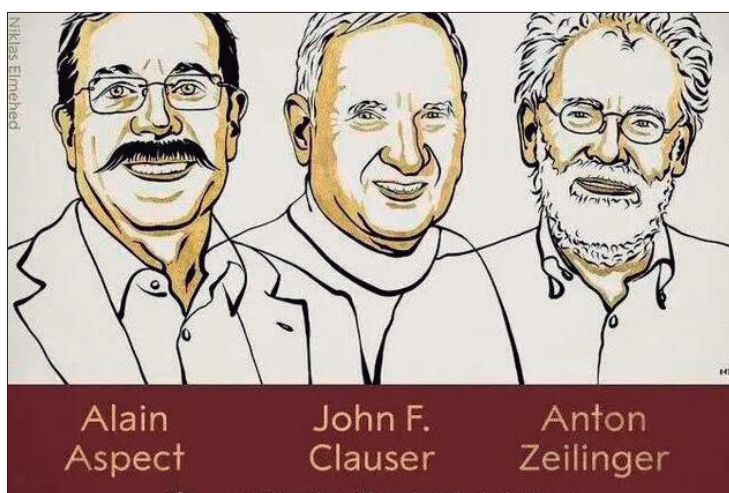


图1 2022年诺贝尔物理学奖获得者（从左至右）：
阿斯佩、克劳泽和塞林格

1. 引言

2022年10月4日，瑞典皇家科学院将2022年诺贝尔物理学奖授予法国巴黎萨克雷大学和巴黎综合理工学院的教授阿兰·阿斯佩（Alain Aspect）、美国学者约翰·克劳泽（John Clauser）和奥地利维也纳大学的安东·塞林格（Anton Zeilinger）三位物理学家（见图1），因为他们“用纠缠光子进行实验，证伪贝尔不等式，开创了量子信息科学”。量子纠缠这种现象有时被称为所谓的“超距离的幽灵作用”。每一位获奖者都进行了研究粒子纠缠态的实验，为量子力学理论提供了重要证据，并为量子信息科学技术奠定了基础^[1]。

美国物理学会 (APS) 首席执行官 Jonathan Bagger 认为这三位 APS 会员因对量子纠缠的开创性实验而获得物理学奖是对量子科学发展的杰出贡献。同时 APS 的总裁 Frances Hellman 也表示：“该奖项反映了获奖者的实验对我们关于量子力学的基本理解以及量子计算机和量子通信等新兴技术的重要性。这项工作物理学最好的典范——探索宇宙的真实与美丽，同时也为改善地球生活的技术奠定了基础。”

量子纠缠 (Quantum Entanglement) 是量子力学中一个很特别的现象：当两个或多个粒子是整个共同体系的一部分时，一个粒子发生的事情决定了另一个粒子的命运，反之亦然，这就是著名的 EPR 佯谬。之所以这么称呼是因为爱因斯坦 (Einstein)、波多尔斯基 (Podolsky) 和罗森 (Rosen) (图 2) 在 1935 年的著名论文里首先讨论了这个被称为“超距离的幽灵作用”：即使相隔很远，纠缠也会将粒子的状态联系在一起。

在 APS 网站介绍 2022 年诺贝尔获奖工作时^[1]，APS 量子信息部主席、芝加哥大学分子工程教授 Andrew Cleland 表示：“他们的工作提供了实用的理论方法和确凿的实验测量结果，突出了量子世界和经典世界之间的区别，表明量子物体可以通过纠缠以经典物体不可能的方式联系起来”。美国物理学会期刊《PRX 量子》主编、悉尼大学理论量子物理学家 Stephen Bartlett 也说：“这些实验证明了量子物理学最引人注目的方面，也许同样引人注目的是，这些实验也为量子计算和安全通信等新一代技术奠定了基础”。鉴于这些进展，APS 甚至正在推动联合国考虑将 2025 年定为国际量子科学与技术年，可以预想如果倡议获得成功，这项为期一年的活动将在庆祝量子力学对科学、技术和文化的深远影响方面起到巨大的推动作用。

2020 年我们曾经对量子纠缠、量子信息和量

子通信等的早期发展做过简单介绍^[2]，为了完整起见，在介绍三个获奖人的具体工作之前，我们先回顾一下 [2] 中的有关 EPR 佯谬和贝尔不等式的基本内容。

2. EPR 佯谬及其贝尔不等式

如前所述，在量子力学里，当几个粒子在彼此相互作用后，由于各个粒子所拥有的特性已综合成为整体性质，该整体性又无法通过单独描述各个粒子性质的直接乘积形式来刻画，相反只能通过描述整体系统性质的形式来展示，这种现象即被称之为量子纠缠。因此量子纠缠是一种纯粹发生于量子系统的现象，在经典力学里，找不到类似的现象。量子纠缠研究的历史可以追溯到 1935 年，当时爱因斯坦、波多尔斯基和罗森，在美国著名期刊《物理评论》上发表了一篇题为“Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?” (物理实在的量子力学描述能否被认为是完备的?) 的论文^[3]。这个后来被广泛称之为 EPR 佯谬或 EPR 悖论的工作，正式开启了有关量子纠缠和量子非定域关联方面的研究兴趣和热情。据说薛定谔 (见图 3) 阅读完毕 EPR 论文之后，有很多感想，他用德文写了一封信给爱因斯坦，在这封信里，他最先使用了术语 Verschränkung (他自己将之翻译为“纠缠”)，这是为了要形容在 EPR 思想实验里，两个暂时耦合的粒子，不再耦合之后彼此之间仍旧维持着某种关联的意思，而且对这个二粒子的 (两部分组成) 的系统的描述无法分解为独自每个部分描述的直接乘积形式^[4]。

下面让我们来具体看看 1935 年这篇著名的 EPR 文章到底说了些什么。首先这篇文章先验地认为存在定域性的物理实在，对两个被分离得很远的粒子 (可以当作是类空间隔，也就是说在光



图2 EPR佯谬的论文作者（从左至右）：爱因斯坦、波多尔斯基和罗森

锥之外)，EPR 做了定域性假设：“既然在测量的时候这两个系统不再相互作用，那么不管你对第一个系统做过什么，都不应该对第二个系统的物理实在性有任何的改变”。EPR 在论文中提出了两个互为依赖的描述：要么（1）量子力学波函数对实在的描述是不完备的，要么（2）对于共轭的两个非对易物理量（例如位置和动量），这两个物理量不能有同时的实在性。EPR 论文的论证否定了（2），由此只能是（1），即 EPR 得出量子力学波函数不提供物理实在的完备性描述，简言之：量子力学是不完备的。

具体说来，可以这样设想 EPR 的思想：考察一个系统，它由两个子系统 A 和 B 组成，其中 A 和 B 仅在一个有限时间内发生相互作用。假定在它们发生相互作用以前，波函数已经给定，薛定谔方程会给出作用发生后的波函数。那么从整个系统的波函数可以得到 B 的物理量有且只有一个波函数完备描述的实在性。现在由测量尽可能完备地确定子系统 A 的物理状态，例如动量或者位置，再考虑子系统 B，EPR 巧妙地证明了或者由 A 的动量算符给出 B 的动量 P 存在的实在性，又

或者由 A 的位置算符给出 B 的位置 Q 存在的实在性。但显然这两个实在性的事实（即不依赖 A 而只应该在 B 中独立存在的同时实在性），另一个事实是在整体波函数下它又由 A 的测量下的单一实在性所决定，上述这两个事实互相抵触，因此这一矛盾性使得爱因斯坦得出 EPR 悖论：量子力学的波函数描述是不完备的。

但随即这一 EPR 思想实验在同一年遭到了玻尔（图 3）的有力反驳^[5]，连文章的标题都一模一样“Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete'?”玻尔指出 EPR 论文包含了关于物理实在的一个本质上的模糊性，特别是当它应用于量子现象时，在这方面，玻尔提出了一种被称为“互补性”的观点来解释物理现象的量子力学描述，并证明在它的范围内，似乎满足了对完备性的所有合理要求。关于量子力学是否完备的争论就此在两大巨头之间展开，并持续了很久。

从 EPR 发表的论文中不难看出，EPR 的论证建立在两个重要的观点上^[6]，一是定域或叫定域因果性（Local Causality）；二是物理实在性（Physical



图3 薛定谔（左）和玻尔（右）

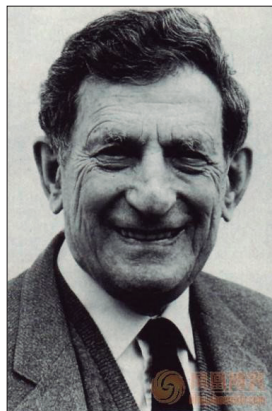


图4 玻姆

Reality)。由此 EPR 的核心思想就是所谓的定域实在论：距离遥远的也就是类空间隔的两个系统具有彼此相互独立的物理实在性。

EPR 原始论文读起来多少有点绕，1951 年以创立定域的隐变量理论而闻名物理学界的玻姆 (David Bohm, 见图 4)，建议了一个更加简洁的版本^[7]。EPR 论文考虑的是诸如位置和动量这些连续变量之间的关联，而玻姆考虑的是离散变量。简单说就是考虑了一个自旋为单态的两个子系统组成的复合系统，不管 A 和 B 相距多远，只要测得 A 的自旋态投影（例如向上），B 不用测量就知道一定与 A 相反（向下），这与 B 的独立实在性相矛盾，同时 B 的三个自旋投影彼此是非对易的，怎么能在不对 B 做测量前都可以由 A 的测量同时确定 B 的物理量呢？玻尔的反驳主要是阐述了在量子力学下，物理实在论的观点是有问题的，因此量子力学在非定域意义上是完备的。

直到 1964 年，贝尔 (John Stewart Bell, 图 5) 根据爱因斯坦的定域实在论和爱因斯坦暗示过后来由玻姆发展了的隐变量假设，推导出了一个后来以他名字命名的、著名的贝尔不等式^[8]，现在也被称之为贝尔定理或贝尔不等式定理。贝尔想法的关键是考虑 A 和 B 两处测量之间的关联。这



图5 约翰·斯图尔特·贝尔

个不等式是说：对于沿三个不同方向，例如 a, b, c ，任何两组方向测量的关联函数，（例如对 (a, b) 组，这个量记为 $P(a, b)$ ），其结果之差的绝对值不会大于另外一组的关联函数加 1，即：

$$|P(a, b) - P(a, c)| \leq 1 + P(b, c)$$

显然量子力学的理论和迄今为止的实验结果都是违反贝尔不等式的，因此隐变量假设不成立，或者说定域实在论在量子力学现象中有问题。

举一个简单例子：假定两个粒子 A 和 B 组成了一个统一的纠缠态，对 A 粒子沿 a 方向和 B 粒子沿 b 方向测量所得的平均值就是 (a, b) 夹角余弦

的负值，即 $-\cos(a, b)$ 。容易验证，如果 a, b, c 在同一个平面内，且 (a, b) 夹角为60度， (b, c) 夹角为60度， (a, c) 夹角为120度，那么 $P(a, b) = P(b, c) = -\cos 60^\circ = -1/2$ ，而 $P(a, c) = -\cos 120^\circ = 1/2$ 。然而这个 $|P(a, b) - P(a, c)| \leq 1 + P(b, c)$ 的不等式 $|1/2 + 1/2| = 1 \leq 1 - 1/2$ 是不成立的，也就是说量子纠缠的结果违反了由隐变量假设得到的贝尔不等式。

怎么理解或解释贝尔定理？一个自然方法就是想象一个场景，其中包含两个“粒子”，它们可能在某个时间点“在一起”（并相互作用），但在当前时间点“分离”（在某种意义上意味着它们不能再相互作用）。假设随后任意选择并对每个粒子执行测量（不一定对两个粒子进行相同的测量）。如果控制系统行为的基础物理是“经典”的，那么这样一个系统的行为可以基于相关的随机变量（通常称为“定域隐藏变量”），反映先前相互作用的可能结果。如果在进行测量时组件之间无法进行通信，则此类系统的可能行为就受到了限制。但如果控制系统行为的基础物理是“量子”（从某种意义上说，它可以基于纠缠的量子态，而不是相关的随机变量），那么一些受限制的行为可能会不受限制而发生，这在经典情况下是不可能的。这便是贝尔不等式定理的旨趣所在。

关于量子纠缠的关联性问题的话还可以再多说几句。首先在经典情况下有类似现象，例如一副手套放在一个黑箱里，甲和乙以盲选方式各自拿出一只手套，即拿出当时并不知道是左手还是右手的手套。然后两个人分开，即使很远距离后，如果甲打开后发现是左手套，那他瞬间即知乙肯定就是相反的右手套，反之亦然。这种所谓的“超距作用”并非超光速所致，因为这只是一个关联效应的体现。当然量子纠缠的关联性比上述平凡的经典关联要复杂和有趣的多。下面我们具体来

看看三位获奖者是如何揭示和发展量子纠缠工作的。

3. 阿斯佩的获奖工作

阿斯佩（图6）最早关于量子纠缠方面的工作是1976年发表在美国物理学会期刊《物理评论D》上的论文“Proposed Experiment to Test the Nonseparability of Quantum Mechanics”（《对量子力学不可分离性测试的实验建议》）^[9]。作为量子力学和定域隐变量理论之间的一个判据，所谓的EPR悖论主要以从级联转换发出的光子其极化之间的统计相关性的形式进行检验。阿斯佩指出，测试形式可以使用偏振器得到改进，其中偏振器的方向将在与两个光子的飞行时间相当的时间内随机变化其偏振；贝尔定域性假设可以被贝尔也考虑过的较弱的假设所取代：即爱因斯坦的可分离性原理。所以阿斯佩提出了一个基于上述思想的可行性实验方案，并且推导出了修正的广义贝尔不等式。

阿斯佩认为虽然贝尔的定域假设条件看起来非常合理，但它并没有被任何基本物理定律所规定。所以他遵循贝尔的建议，即可以提出一项实验，能够区分量子力学和爱因斯坦“可分离”性原则的隐变量理论。所谓的可分离性原则，我们可以



图6 阿兰·阿斯佩

通过以下方式对所考虑的实验制定：如果事件 B 不在事件 A 的前向光锥中，则在特定时间（事件 A）设置测量设备不会影响使用另一个测量设备（事件 B）获得的结果（如果发射事件不在事件 A 的前向光锥中，也不会影响源发射粒子的方式）。任何满足贝尔定域性条件的理论都遵循爱因斯坦的可分性原理。但人们可以设想出不符合贝尔的定域性条件的可分离理论；这些理论考虑了远程测量设备之间相互作用的可能性（即，这些理论不满足贝尔的定域性条件），但这些相互作用的传播速度不大于光的传播速度（即，它们遵循爱因斯坦的可分性原理）。阿斯佩在这篇文章中通过一些思想性的实验设想来检验了他想法的正确性。

1982 年阿斯佩与合作者进行了非常漂亮的一个实验^[10]，见图 7。他们使用偏振光子代替了自旋粒子。在实验中，一对光子在钙原子级联辐射下被发射出来。处于单重态（或类似态）的两个自旋 1/2 粒子（或光子）分离。1 和 2 的自旋分量（或线性极化方向）分别沿 a 和 b 方向。量子力学预言在这些测量中有很强的相关性，实验结果与量子力学理论非常一致。同年他们又用时变分析仪对贝尔不等式的破坏进行了实验^[11]，结果是它以 5 个标准差方式极大地违反了贝尔不等式。

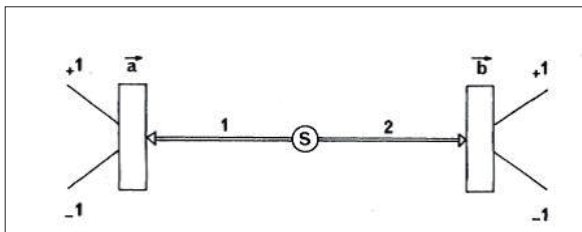


图7 EPR实验原理示意图（取自参考文献[10]）

4. 克劳泽的获奖工作

自从 1964 年贝尔提出了他著名的不等式： $|P(a, b) - P(a, c)| \leq 1 + P(b, c)$ 之后，人们就研究了各种不同形式的推广型的不等式，其中最著名的算是 CHSH 不等式（Clauser-Horne-Shimony-Holt inequalities）^[12]：

$$|P(a, b) - P(a, c)| \leq 2 - P(d, b) - P(d, c)$$

它是由克劳泽 - 霍恩 - 希莫尼 - 霍尔特在 1969 年得到的。检验这个不等式的好处是它并不要求在实际实验中同时调节两侧的仪器有某个相同的参数，这样就使得在实验验证定域隐变量理论方面更加现实和灵活。当然还有其他推广，例如连续变量贝尔不等式及其最大破坏等，这些问题的研究对后续的量子隔物传输、纠缠交换、量子信息处理及量子计算等都有很重要的意义和价值^[6]。



图8 约翰·克劳泽

克劳泽（图 8）在 1972 年又率先测量了钙原子级联中发射的光子的线性偏振相关性^[13]。贝尔不等式的推广表明，定域隐变量的存在对这种相关性施加了限制，他发现这与量子力学的预测相冲突，因为他得到的数据与量子力学一致，说明违反了贝尔不等式，他的研究成果以很高的统计精度提供了反对定域隐变量理论的有力证据。

5. 塞林格的获奖工作

奥地利维也纳大学塞林格（图9）的工作基本上都是在20世纪80—90年代完成的，虽然比阿斯佩和克劳泽的工作上晚一点，但他的工作无论广度和深度都有较大的拓展，因此获得了学界的高度重视和赞赏。

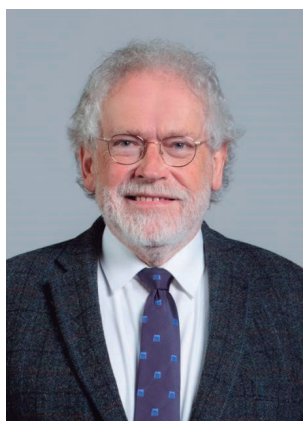


图9 安东·塞林格

首个无不等式的贝尔定理是塞林格在1989年与Greenberger和Horne一起通过分析3-Qubit系统的最大纠缠态提出的，这便是以他们三人首字母命名的著名的GHZ定理^[14]：对于GHZ态，存在一组互相对易的力学量，例如由三个坐标轴方向分量的泡利自旋矩阵构成的力学量，对于同一个粒子来说是不对易的，但对粒子1、2和3来说，它们之间的泡利自旋矩阵是彼此对易的。通过对这组力学量的测量，量子力学将给出与定域实在理论不相容的测量结果。具体来说是这样：GHZ的纠缠态由三个粒子自旋向上的组合态和它们自旋向下的组合态叠加而成，假定这个上下的方向是 z 轴，那么对这个GHZ态作用下三个粒子的 x 轴方向的泡利自旋矩阵的乘积在量子力学理论下将保持GHZ态不变，这就意味着该乘积的特征值为1，但定域隐变量理论却给出负1的结果，

这和量子力学给出的取值符号完全相反。虽然贝尔不等式与无不等式的GHZ定理分别从不同的角度揭示了量子力学中关于量子纠缠情况下的非定域的特性，但都与爱因斯坦坚持的定域实在论相违背，所以都反映了量子纠缠长程关联的本质。

1993年塞林格和他的合作者还首次用纠缠交换方式研究了贝尔不等式^[15]。他们用独立的来源来实现“事件就绪”的贝尔-EPR实验，在该实验中，直接测量各种结果的概率，包括两种粒子之间非检测的结果。他们的建议涉及两个参数的下变频器。惰轮的亚相干时间监测提供了一种非交互的量子测量，即在不接触的独立信号情况下纠缠和预选了独立信号。他们也给出了贝尔测试所需的高条纹可见度和粒子收集效率的条件。

如前所述，纠缠是贝尔定理的根源，通常被认为是粒子在共同过去的某些相互作用的结果。之前Yurke和Stoler提出了纠缠可能出现在源自独立来源的粒子的重合计数率中。塞林格证明这样的方案需要对重合时间做出准确的陈述，而不是直接的一个直觉预期，且只有当独立辐射源的发射行为受到时间分辨率明显高于辐射的相干时间的监测时，才会出现贝尔-EPR现象馈入的干涉设置。如果满足这个条件，人们就可以纠缠那些甚至没有“共同的过去”（Common Past）的粒子。这种技术塞林格称之为纠缠交换，这就使一种可实现的“事件就绪检测器”成为可能。在贝尔自1971年以来一直呼吁和倡议的这种方案中，人们可以通过一些起始事件来知道何时产生了一对纠缠。因此，人们可以直接测量各种结果的概率，甚至包括未被检测的粒子，从而可以直接检验贝尔不等式是否被违反。

1998年潘建伟和他的导师塞林格等人研究了一个非常重要的问题：即实现物理上从未相互作用的粒子之间的纠缠^[16]，他们首次实验就实现

了这一惊人的“应用投影假设”纠缠交换方案，这也是中国学者对量子纠缠以及后续应用到量子通信研究所做出的重要贡献之一。他们实验性地纠缠了自由传播的粒子，这些粒子从未彼此物理相互作用或从未通过任何其他方式动态耦合。这表明，量子纠缠要求纠缠粒子既不是来自共同的来源，也不需要过去发生过相互作用。在实验中，他们选取了两对偏振纠缠光子，并对每对光子中的一个进行贝尔态测量。这导致将另外两个输出光子投射到了纠缠状态。

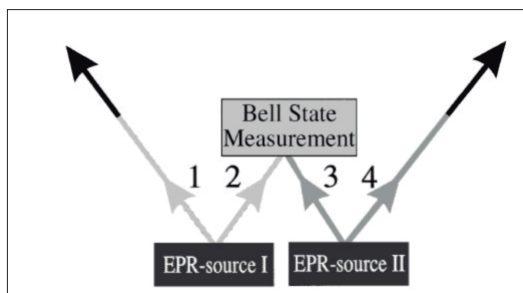


图10 纠缠交换原理图（取自参考文献[16]）

纠缠交换的实现原理见图10：两个EPR源产生两对纠缠光子，一对1-2，一对3-4。对每对光子中的一个光子（例如光子2和光子3）进行贝尔态测量。这将导致另两个输出光子1和4投射到纠缠态。线条阴影的变化表示可以进行的可预测性的改变。

还是在1998年，塞林格研究组在独立观察者的EPR型实验中观察到贝尔不等式的强烈违反[17]。通过测量站之间充分远的物理距离、超快和随机设置的分析仪以及完全独立的数据记录，他们实现了观测者必要的类空的空间分离（即光锥之外）。

在这篇文章的最后，塞林格和他的合作者对他们工作的意义进行了颇有技术哲学意味的展望和评述，他说对实验进一步的改进，例如让人类

观察者选择分析仪方向，将再次需要对技术进行重大改进，以便在超过15年后，最终显著超越阿斯佩等人1982年漂亮的实验^[10]。如果期望任何改进的实验也能与量子理论相一致，那我们的经典哲学立场似乎需要转变。可能的影响包括非定域性或完全决定论或对反事实的结论的放弃。他最后评述道：“这最终会导致要回答一个永恒的是否的问题：‘当没有人看的时候，月亮会在那里吗？’，这当然取决于读者的个人判断。”

关于多光子纠缠工作，塞林格也做出了开创性的工作，例如1997和1999年，他和潘建伟等就研究和实现了三光子的最大GHZ纠缠^[18-19]，这在后续发展的量子信息、量子密码和量子计算中都很重要。

虽然从两个纠缠粒子扩展到三个纠缠粒子似乎只是向前迈出的一小步，但其意义相当深远。首先，GHZ纠缠允许对量子力学与定域量子力学进行新的测试现实模型；其次，三粒子GHZ态可以直接应用于有第三者参与的量子密码技术。再者，从纠缠粒子对的源获得三粒子纠缠的方法可以扩展到获得更多粒子之间的纠缠，这将是许多量子通信和计算协议的基础。最后，他们的实验与早期实现的量子隐形传态和纠缠交换工作的结合，将为最终实现一些新的纠缠分布和网络思想提供必要的工具。因此他们的这一工作奠定了一系列后续工作的重要基础。

1999年，塞林格教授在《现代物理评论》杂志上发文“实验与量子物理基础”综述了当时有关问题的争论与进展^[20]，在谈到如何理解玻尔建立的量子力学的互补性原理时说道：“量子互补性就是这样一个事实的表达：为了测量两个互补量，我们必须使用相互排斥的装置。这种在光子记录后很长一段时间内决定波特征或粒子特征表现出来的可能性，是另一种警告，即在考虑量子现象

时，人们不应该在头脑中有任何现实的图像。任何关于单个光子的特定个体观测中所发生的事情的详细图像都必须考虑到由两个光子组成的完整量子系统的整个实验装置，并且它只有在事实发生之后才有意义，即在关于互补变量的所有信息被不可恢复地抹去之后。”也就是说量子力学的互补性使得测量是个非定域性的塌缩，而不同的测量会造成不同的塌缩。

6. 结语

近年来在强场物理研究领域，人们主要关心在强的背景外场下真空失去稳定从而触发正负电子对的产生；反过来当正负电子对湮灭时，则会有双光子的发射，如果这些光子有一定的关联性，就有可能以量子纠缠态形式产生。实际上，早在1948年，惠勒 (J. A. Wheeler) 就建议了一个实验：相对角动量为零的正负电子对湮灭后能产生一对互相正交的偏振极化光子，因此这对光子在偏振意义上就处于纠缠态。1950年，吴健雄 (图11) 和萨科诺夫 (I. Shakhov) 在电子对湮灭的实验中确实观测到了这种纠缠光子对^[21-22]，尽管文章里没有用量子纠缠一词。但吴健雄的实验通过精确测量两个光子彼此垂直极化和彼此平行极化的概率之比的非对称度为2.04，与理论预测值2非常吻合。

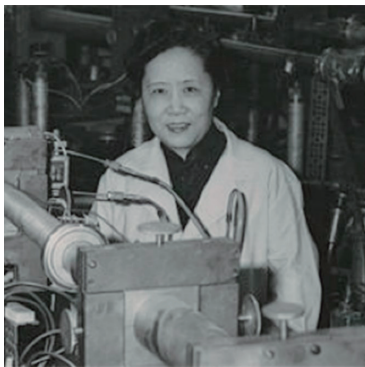


图11 正在做实验的吴健雄 (取自参考文献[22])

我们最后对量子纠缠和非定域性这两个非常奇妙的量子现象做些简单的总结和评述。

从上述介绍中不难看出，研究贝尔非定域性的手段主要有贝尔不等式和无不等式方法 (比如GHZ定理)。首先贝尔不等式的提出或发现开启了关于量子力学的EPR佯谬问题从哲学争论或思想实验到实验和实证研究的重大转折。量子纠缠态对于不等式的破坏意味着量子态的非定域性。同时如果一个物理系统或状态被证明符合GHZ定理，则说明此物理系统或状态也具有了贝尔形式的非定域性。

量子非定域性被认为是量子力学区别于经典物理的最奇特和重要的性质之一，同时它也是后续发展出来的众多量子技术及应用的理论基石，例如通过与信息论的交叉融合而形成的量子信息学各个领域，包括量子密码、量子计算、量子通信、量子模拟、量子隐形传态等。

早期人们可能认为量子纠缠就是空间非定域性，这在简单的量子纠缠态或物理系统中貌似如此，但在较为复杂的多体纠缠时，量子纠缠和非定域性的差别就会显现：最大纠缠度的态未必就是违背贝尔不等式最大的非定域态。

迄今为止，由三位2022年诺贝尔物理奖获得者阿斯佩、克劳泽、塞林格开创的量子纠缠及量子信息等研究领域已经获得了不少突破性的成果，但关于量子纠缠的本质，以及关于非定域性的基本和普适的理论描述仍然不清楚和严重缺乏。因此正如屈原《离骚》中所说：“……路漫漫其修远兮；吾将上下而求索！”。相信在新的起点上，未来的人类对量子力学特别是量子纠缠的认识将更加全面，对其本质的了解将更加深刻，我们期待这一天的早日到来！

参考文献

- [1] <https://aps.org/newsroom/pressreleases/nobel2022.cfm>
- [2] 谢柏松. 从量子纠缠到量子信息与量子通信: 早期发展简介. 系统与amp;控制纵横, 2020, 7 (2): 37–46.
- [3] Einstein A, Podolsky B and Rosen N. Can Quantum–Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete' ? Phys. Rev. 47: 777–780 (1935).
- [4] Schrödinger E. Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 31(4): 555 (1935).
- [5] [5] Bohr N. Can Quantum–Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete? Phys. Rev. 48: 696–702 (1935).
- [6] 曾谨言 裴寿镛 龙贵鲁 主编. 量子力学新进展 (第二辑). 北京大学出版社, 北京, 2001: p288, p282.
- [7] Bohm D. Quantum Theory. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1951.
- [8] Bell J S. On the Einstein–Podolsky–Rosen Paradox. Physics (Long Island City, N. Y.) 1: 195–200 (1964).
- [9] Aspect A. Proposed experiment to test the nonseparability of quantum mechanics. Phys. Rev. D 14: 1944–1951 (1976).
- [10] Aspect A, Grangier P and Roger G. Experimental Realization of Einstein–Podolsky–Rosen–Bohm Gedankenexperiment: A New Violation of Bell's Inequalities. Phys. Rev. Lett. 49: 91–94 (1982).
- [11] Aspect A, Dalibard J and Roger G. Experimental Test of Bell's Inequalities Using Time–Varying Analyzers. Phys. Rev. Lett. 49: 1804–1807 (1982).
- [12] Clauser J F, Horne M A, Shimony S and Holt R A. Proposed Experiment to Test Local Hidden–Variable Theories. Phys. Rev. Lett. 23: 880–884 (1969).
- [13] Freedman S J and Clauser J F. Experimental Test of Local Hidden–Variable Theories. Phys. Rev. Lett. 28: 938–941 (1972).
- [14] Greenberger D M, Horne M A and Zeilinger A. in “Bell’ s Theorem, Quantum Theory, and Conceptions of the Universe” , edited by Kafatos M (Kluwer) 1989.
- [15] Zukowski M, Zeilinger A, Horne M A and Eker A K. "Event–Ready–Detectors" Bell Experiment via Entanglement Swapping. Phys. Rev. Lett. 71: 4287–4290 (1993).
- [16] Pan J W, Bouwmeester D, Weinfurter H and Zeilinger A. Experimental Entanglement Swapping: Entangling Photons That Never Interacted. Phys. Rev. Lett. 80:3891–3894 (1998).
- [17] Weihs G, Jennewein T, Simon C, Weinfurter H, and Zeilinger A. Violation of Bell’ s Inequality under Strict Einstein Locality Conditions. Phys. Rev. Lett. 81:5039–5043 (1998).
- [18] Zeilinger A, Horne M A, Weinfurter H and Zukowski M. Three–Particle Entanglements from Two Entangled Pairs. Phys. Rev. Lett. 78: 3031–3034 (1997).
- [19] Bouwmeester D, Pan J W, Daniell M, Weinfurter H, and Zeilinger A. Observation of Three–Photon Greenberger–Horne–Zeilinger Entanglement. Phys. Rev. Lett. 82: 1345–1349 (1999).
- [20] Zeilinger A. Experiment and the foundations of quantum physics. Rev. Mod. Phys. 71: S288–S297 (1999).
- [21] Wu C S and Shaknov I. The Angular Correlation of Scattered Annihilation Radiation. Physical Review 77: 136 (1950).
- [22] 崔廉相, 许康, 张芑, 孙昌璞. 贝尔不等式的量子违背及其实验检验——兼议2022年诺贝尔物理学奖. 物理, 2023, 52 (1): 1–17.



【作者简介】谢柏松, 1965年7月生, 男, 汉族, 安徽桐城人, 理论物理博士。现为北京师范大学核科学与技术学院教授、博导, 研究方向为等离子体物理和强场量子电动力学等, 已发表SCI论文150多篇。业余爱好诗歌、科学哲学与周易等。