状态空间方法 vs 全驱系统方法（V）
——关于反馈线性化的探讨

段广仁
南方科技大学 控制科学技术研究院
哈尔滨工业大学 控制理论与制导技术研究中心

摘要 反馈线性化是解决非线性系统镇定问题的一种重要方法，在非线性控制理论中占有重要的地位。受物理上全驱系统控制特性的启发，我们近期提出了非线性控制系统设计的全驱系统方法。方法的出发点是通过变量消元和等价变换将原系统化成一个数学上的高阶全驱系统。由于所化得的高阶全驱系统存在控制律使得闭环系统为一个定常的线性系统，它与反馈线性化方法的区别就成了众所关心的问题。本文论述了全驱系统方法与反馈线性化方法的多方面差别，指出了全驱系统方法能解反馈线性化方法之所能，同时也用多个例子证明了全驱系统方法还能解反馈线性化方法所不能。

关键词 非线性控制，状态空间方法，全驱系统方法，反馈线性化，亚稳定性与亚镇定

0 引子

全驱系统方法[1—17]与反馈线性化方法的关系现在已经是一个不得不说的话题了。为什么呢？因为利用全驱系统方法也可以获得一个线性定常的闭环系统，且闭环特征多项式可以任意配置。从这一结果上看，它和非线性系统的反馈线性化方法有相似之处。

一些研究非线性系统反馈线性化的学者，和一些学术洞察力和敏感性较强的学者，自然都会问及这样的问题：高阶全驱系统方法和反馈线性化方法究竟有什么差别？二者是不是一回事儿？

目前我们已经完成了该系列的前四篇学术杂文[18—21]，分别从全局镇定、能控性、综合能力和线性系统理论的作用等四个角度阐述了状态空间方法和全驱系统方法的区别和联系。在该文中，我们将详细讨论高阶全驱系统方法和非线性系统反馈线性化方法之间的区别。其实二者的差异是多方面的，远不是一回事儿。反馈线性化只是全驱系统方法中很小的一部分，这关系就像矩阵运算包含标量运算一样。

1 关于反馈线性化

反馈线性化方法在非线性控制理论中的地位至关重要。反馈线性化是状态空间方法中的一个具体问题，即对于状态空间模型描述的系统，求取一个状态反馈控制律，使得闭环系统为一个能控的线性系统。但为严谨起见，我们还是探究一下它的严格定义。

1.1 定义

我们来看一下业界公认的几部非线性系统方面的学术著作。

首先是程代展研究员的著作《非线性系统的几何理论》。书中第 238 页给出了反馈线性化的严格定义。这个定义要求反馈控制律的光滑性，具体说是要求了反馈控制律无穷可微。

其次是 Alberto Isidori 的著作《Nonlinear Control Systems》(第三版, 1995)。该书在其 228—229 页给出了反馈线性化的定义。这个定义同样要求了反馈控制律的光滑性，具体用到了反馈控制律的一阶偏导数。

另外还有 Hassan K. Khalil 的两部著作，《Nonlinear Systems》（第三版，2002）和《Nonlinear Control》（2015）。这两部著作中给出的定义（分别见 508 页和 201 页）均没有要求控制律的光滑性，但是前者要求了同胚变换的值域要包含原点，而且还必须包含原点为内点；后者要求同胚变换要把原点映射为原点。

可见，反馈线性化要求了两类条件：一个是控制律的光滑性，另一个是其中的同胚变换保持原点不变。

另外，值得指出的是，上面提及的几种反馈线性化定义之中所讨论的系统都是下述形式的确定性定常非线性系统：

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \tag{1}$$

1.2 条件与算法

我们再看控制系统可反馈线性化的充要条件。有些文献和著作还给了多输入系统可反馈线性化的充要条件，但是单输入系统反馈线性化的充要条件则是相当经典的，出现的频度很高，并且结果的表述在各部著作中也都是几乎相同的。这自然引发了一个猜想：即上述各种反馈线性化定义是相互等价的。也就是说，直接要求控制律的光滑性和坐标变换后的原点仍在新系统定义域之中这两件事情应该是等价的，否则就必然有某个定义是错误的。当然，也存在另一种可能，即上述著作中的某个定义表述并不严格。

如果要求了控制律的光滑性，反馈线性化就很好界定了，不光滑的控制律就一定不是反馈线性化控制律。如果从内点条件出发，也能有效地界定反馈线性化控制律。这一点我们后面再说。

另一方面，人们还给出了解决控制系统反馈线性化问题的一般步骤。充要条件有了，又有了一般算法，这个问题似乎彻底解决了。但实际上这个算法并不是百分之百地好用，因为它首先需要求得一个系统输出，然后对这个输出向量一步步地求导。如果最后获得的相对阶满足要求，便实现了系统的

反馈线性化。但是，很多情况下人们不知道如何找到这样的输出向量。所以，这种求解方法看似程序化，但许多情况下很难实现。另外，给出的充要条件当然在理论上是非常重要的，但在应用上却多少有些中看不中用。它对于我们求解问题有一定的帮助，但不能保证一定解决问题——即使证明了反馈线性化控制律的存在性，也不一定能够求得问题的解。

2 全驱系统方法与反馈线性化方法的区别

清楚了反馈线性化的定义，我们现在可以分析它和全驱系统方法的差别了。

2.1 多方面差别

第一点，二者的研究对象不同：反馈线性化只研究状态空间模型描述的系统，而全驱系统方法是从系统建模出发，所研究的对象可以是任何形式的系统。

第二点，二者不是一个层面上的问题：反馈线性化是状态空间方法框架下诸多问题中的一个具体问题，而全驱系统方法是包括建模、分析、设计、应用的控制系统分析设计的一般方法，是和状态空间方法在同一个层面的东西。

第三点，二者的出发点不同：反馈线性化方法是怎样提出的？如果我们翻阅非线性系统方面的各大名著，反馈线性化都是在书中后半部以一个具体的设计问题提出的，一般以一章的篇幅加以讨论。而全驱系统方法则是因为人们感受到了状态空间方法的局限性，同时受到物理上全驱系统控制特性的启发而产生的。它是从底层的建模出发来建立一个完整的控制系统分析与设计体系。

第四点，二者的要求不同：反馈线性化要求求得的状态反馈控制律是光滑的，获得的闭环系统为能控的。而全驱系统方法是通过建立系统的高阶全驱系统模型来实现控制系统的设计，具体的控制律是否光滑，是否连续都没有要求，而且也不要求所获得的高阶全驱系统的能控性。另外，在有些情况下，全驱系统方法也不一定非要局限到建立系统的一个等价高阶全驱系统模型，也可以建立一个更一般的高阶模型，只要其中包含一个或多个高阶全驱子系统，可用全驱系统的思想来处理即可。

第五点，二者的目的不同：反馈线性化方法最终以获得一个能控的线性系统为目的；而全驱系统方法以完成系统的控制为目的。虽然我们建立的高阶全驱系统方法允许对消掉系统中的非线性，从而获得一个希望的定常线性闭环系统，但有些情况下为了达到某个特定的控制目的我们也可以不这样做。比如说为了减少控制能量在闭环系统中留下一些非线性项，比如说为了某种记忆要求在闭环系统中配置一些时滞项等等。很多情况下我们可以设计一个时变的控制律、一个切换的控制律，而最终只要实现闭环系统的设计要求即可。

第六点，二者的范畴不同：反馈线性化方法基本上只研究前述的非常典型的一类定常的确定性非线性系统（1）。如果在系统中加上时间、滞后、干扰、非光滑甚至非连续的苛刻条件，请问我们还能够找到某个输出变量，然后通过对其求导获得一个能控的线性系统吗？请问我们还能够用李导数给出一个充要条件吗？但对于高阶全驱系统方法而言，它可以研究时变系统和时滞系统[14—17]，也可以研究带有干扰、不确定性、未知参数、随机变量等各种因素的系统。

第七点，二者的可操作性不同：首先，反馈线性化方法依赖李导数，让控制工程师很难接受和使用。另外，在使用反馈线性化方法时，寻找合适的输出是决定性的一步，但却是一件不容易的事。这就限制了该方法的实际应用。而全驱系统方法很灵活，无论是从状态空间模型出发，还是从实际系统的原始的二阶、高阶乃至混合阶模型出发，获取高阶全驱系统的过程主要是各种等价变换。这是一个可以“八仙过海，各显神通”的过程，是简单、方便、灵活的。目标是得到一个高阶全驱系统，但过程和方法不限。因此，只要有一定数学基础的人都可以运用。虽然该过程本质上一定隐含或者涉及同胚变换，但是一位控制工程师就可以通过简单的代数和微分运算在“不知不觉”中完成这种操作。

关于第八点，我们在下一小节中适当展开来说。

2.2 行其所能亦行其所不能

第八点，全驱系统方法可解反馈线性化方法之所能，还可解反馈线性化方法所不能。反馈线性化方法能做的，全驱系统方法都能做，因为我们从理论上严格证明了任何一个可反馈线性化的系统都等价于一个高阶全驱系统（详见参考文献[1,13]）。当然，此时我们也可以把反馈线性化的操作过程看做求取高阶全驱系统的一种方法。

首先前面已经说过，全驱系统方法是以底层建模为基础的一种控制方法，可以适用于各种系统，如时变系统、时滞系统、广义系统、随机系统、连续系统、离散系统、受扰系统、不确定系统、切换系统等，但至少在前述的非线性领域重要著作里，反馈线性化只是针对连续的确定性定常系统定义的。或许有人说反馈线性化也可以推广，但可否能有这么大层面的推广令人怀疑，因为它一开始就没有这么大的抱负和度量。

另一方面，我们决不能过度狭义地去看待全驱系统方法。说是全驱系统方法，就只能研究纯粹的全驱系统模型（也即大范围全驱系统）的控制，这种理解是错误的。

许多动态系统都可以用全驱系统模型来表达。凡是能够化成（大范围）全驱系统模型的系统都在研究之列；凡是能够化成亚全驱系统模型[10,15]的系统也在研究之列。更一般地说，凡是能够部分地化成全驱或者亚全驱系统模型的系统也都在研究之列。那么请问，这其中又有多少可用传统的反馈线性化方法来解决呢？答案是少得可怜！因为只有第一类，也即可化为（大范围）全驱系统模型的系统可以。而且还不是全部，只是其中的一部分。了解全驱系统方法的人都知道全驱系统模型还分为单阶的和多阶的。按照传统的反馈线性化处理方法所能解决的系统对象只是那些可化为单阶的全驱系统模型的系统，这显然便排除了全驱系统方法所能解决的大部分问题。

理论上说，反馈线性化要求获得一个能控的线性系统，单从这一点讲，许多不完全能控的系统自然就被排除了。这句话是对的，因为同胚变换不会改变能控性。同时，这句话也是很有说服力的，相信很多人会理解。但也可能会有人去纠结什么是能控的非线性系统，因为非线性系统的能控性理论还很不完善[19]，定义繁多。

众所周知，每一个线性系统都可以分解成一个能控部分和一个不能控部分。其不能控部分是一个没有控制量作用的系统。对于非线性系统来说，情形也是类似的，一个不完全能控的非线性系统也可以化成一个能控部分，由一个高阶全驱系统模型来表达，和一个不能控部分，由一个不含控制量的系

统来表达。我们在文[10]中将这类系统称为“type I system”。对于这类系统，乃至于带有不确定性的这类系统的控制问题[22]，都可以用全驱系统方法来解决。但这绝不可能落在反馈线性化方法的解决范畴了。

还有状态信息不完全可测的全驱系统或者亚全驱系统，都可以通过引入全驱系统框架下的状态观测器来实现控制。这些问题对于反馈线性化方法而言，也都不在其所研究的问题范围之内。

3 两个示例

当一个系统不能反馈线性化时，反馈线性化方法当然只能退出了。然而利用全驱系统方法，我们还可以给出进一步的分析。现在我们就举两个这样的例子。

3.1 示例一

考虑一个简单的二维系统

$$\begin{cases}\dot{x}_1 = x_1 + x_2^3 \\ \dot{x}_2 = u\end{cases} \tag{2}$$

该系统不存在光滑的镇定控制律[23]，自然也是一个不可反馈线性化的系统。

对于这么一个“小”系统，再追求什么样的控制律可以镇定系统已经没有意义了，因为已经有了很多结果了（见[23]及其文献）。我们现在纠结的问题是，光滑的控制律不能镇定系统，那么它能干什么？最后究竟能够做到什么程度?

遵循全驱系统方法的设计思想，先把这个系统化成高阶全驱系统

$$\ddot{x}_1 = \dot{x}_1 + 3(\dot{x}_1 - x_1)^{\frac{2}{3}}u \tag{3}$$

显然，这不是一个（大范围）全驱系统，而是一个单阶的亚全驱系统，其可行集由条件$\dot{x}_1 \neq x_1$决定。在可行集上定义下述控制律

$$u = -\frac{1}{3}(\dot{x}_1 - x_1)^{-\frac{2}{3}}(\dot{x}_1 + a_0 x + a_1 \dot{x}_1) \tag{4}$$

则得闭环系统如下:

$$\begin{cases}\ddot{x}_1 + a_1\dot{x}_1 + a_0 x_1 = 0 \\ \dot{x}_1 \neq x_1\end{cases} \tag{5}$$

我们所获得的结果是这样的（详见[23]）：我们需要对系统的初值$x_0 = x_1(0)$，$y_0 = \dot{x}_1(0)$做一下限制，只有它们不落在图1中的阴影部分，控制系统的状态轨迹就满足可行性条件，且指数收敛到原点。

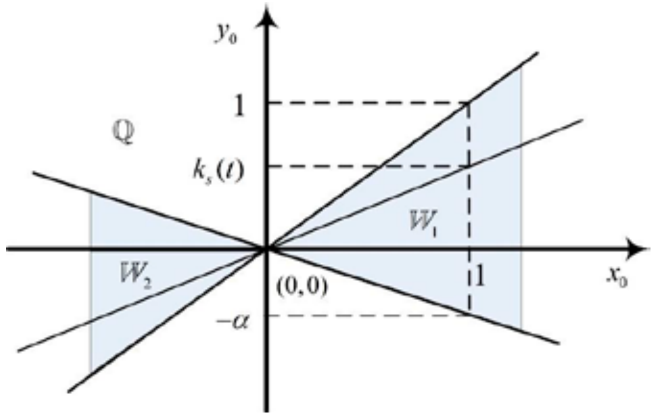

图 1 初值的指数吸引域

这是 Lyapunov 镇定吗？显然不是。因为原点的任何邻域都不可能是收敛域。我们称这种镇定为亚镇定，即在初值空间存在一个很大的指数吸引域，其上出发的全部系统状态轨迹都满足可行性条件且指数收敛到原点。对于此例，图 1 中阴影以外的部分都是指数吸引域。

这种亚镇定不是 Lyapunov 镇定，那么它有意义吗？如果指数吸引域足够大，这种镇定在许多实际问题中便够用了。对于系统初值来说，这世界很大，但我最终只用一个点。

在亚稳定不满足实际应用需求时，我们可以至少做下述两种尝试：

1) 如果系统存在非指数收敛的全局镇定控制律，我们可以在亚镇定的指数吸引域上使用亚镇定控制律，在指数吸引域以外使用非指数控制律；

2) 可以设计一个预设控制律，把从指数吸引域以外出发的轨迹先导引到指数吸引域内，然后再切换成亚镇定控制律。值得注意的是，这种预设控制器很容易设计，因为此时的目标集，即亚镇定的指数吸引域往往都很大。

我们长期以来太倾心于 Lyapunov 稳定性了，即使是局部稳定也感觉很好。如果发现一个控制律不能实现 Lyapunov 意义下的镇定，常常就“扭头走开”，不再去探究它是否仍然实用。Lyapunov 局部稳定性的收敛域不过是一个球而已，比起许多亚镇定的指数吸引域往往都小得可怜。无论从直接的实际应用角度，还是从作为 Lyapunov 镇定的先期步骤角度来讲，亚镇定的意义都是重大的。

3.2 示例二

不要说上面的例子太特殊，其实非线性控制领域中的许多难题都是如此。这些例子都有一个共性，就是其线性化系统不可控，甚至不可稳。否则的话，至少 Lyapunov 第一法便可以解决问题。在本节中，我们进一步看一下如下的系统：

$$\begin{cases}\dot{x} = u \\ \dot{y} = v \\ \dot{z} = xy\end{cases} \qquad (6)$$

Brockett 在论文[24]中提出了两个很有影响的例子，这是第一个。针对这个例子，Brockett 给出了光滑的镇定控制律。然而，即使存在光滑的镇定控制律，该系统仍然不存在反馈线性化控制律。

我们不禁反问，为什么不能反馈线性化？究竟差在哪里？我们在文[10, 25]中用全驱系统方法做了分析：首先求出了该系统的下述全驱系统模型

$$\begin{bmatrix} \ddot{z} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y & \frac{\dot{z}}{y} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \text{ 或 } \begin{bmatrix} \ddot{z} \\ \dot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\dot{z}}{x} & x \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \tag{7}$$

不同于系统（3），这是一个多阶的全驱系统模型。据此设计出对应的标准亚镇定控制律，最终求得一个光滑控制律和一个具有希望特征多项式的闭环线性系统（详见[25]），但代价是初值 x(0)和 y(0)不可以同时取 0，用数学公式表达就是

$$x^2(0) + y^2(0) > 0 \tag{8}$$

其实这就是闭环系统的吸引域，是去除 z 轴之后的全空间，而空间的 z 轴就是闭环系统的非吸引域。只要不在 z 轴上取初值，系统轨迹就不会再碰到 z 轴，且闭环系统就会满足下述指数收敛条件：

$$x \to 0, y \to 0, z \to 0;\ \ u \to 0, v \to 0$$

仅仅要求系统的初值不能取在空间的 z 轴上！就是因为这样一个小小的初值要求，Lyapunov 意义下的渐近稳定性没有了。为什么呢？因为有一条不可取值的直线穿过原点了，原点的任何邻域中都会有该条直线上的点，因此 Lyapunov 意义下的渐近稳定性要求无法满足，进而也就不能反馈线性化。

我们平心而论，$x(0) \neq 0$或$y(0) \neq 0$这一初值限制条件影响大吗？只要不靠近空间的 z 轴，其他的任何地方都可以取初值，取值空间无限广大。“危险”区域仅仅是三维状态空间中的一条直线而已，体积为零，面积也为零。这岂不是“几乎”全局指数稳定嘛。

我们再和 Lyapunov 局部稳定的情形做一下比较吧，对于 Lyapunov 局部稳定性来说，原点球域的边缘及其外部空间都是危险区域，这不是大得很吗？体积是无穷大。这岂不是更危险？但即使这样，人们却还能普遍接受这种 Lyapunov 局部稳定性，反倒是对于这种全驱系统方法获得的“几乎”全局指数稳定性不感兴趣。

当然，如果非要在 z 轴上取初值，我们可以轻而易举地设计一个预设控制律先将系统轨迹脱离 z 轴，然后再由亚镇定控制律接管。

上面这两个例子很特殊吗？其实不然，非线性控制领域中的许多难题都是如此。事实上，这两个例子都有工程背景，而且二者的工程背景还是相同的。这些例子都有一个共性，就是其线性化系统不可控，甚至不可稳。这才是真正的非线性，即本质非线性。否则的话，至少 Lyapunov 第一法便可以解决问题。

关于论文[24]中的第二个例子的讨论可见[26]。不同于第一例，该第二个例子连连续的定常镇定控制律都没有。由于其情形复杂，并具有解法上的多样性，我们另文讨论。

4 两点说明

4.1 亚稳定与亚镇定

在上面的例题 3.1 和 3.2 中，我们提及了亚镇定的说法。

在非线性系统理论中，人们提出了许多特殊的例子，包括本文中提及的不可反馈线性化、不存在连续或光滑镇定控制律的系统。这里所说的“不可”或“不存在”，其背后的实质是什么？尽管很多学者都在试图寻求这个问题的答案，但是在状态空间方法的框架下所能给出的答案都是片面的、零碎的，其中包括非完整系统和 Brockett 定理的提出。

全驱系统理论对这个问题给出了完整的解答：这种情况出现的原因是系统为亚全驱，即其等价全驱系统模型存在奇异点或奇异集合。如果系统是定常的，根据奇异集合和原点（平衡点）的包含关系可以断定何时没有连续的定常控制律（详细情形另文讨论）。

但是，通过上述基于全驱系统方法的分析可见，这种“不可”或“不存在”有时候就差那么一丁点儿，比如就差个$x(0) \neq 0$或$y(0) \neq 0$。而这种情况在很多情况下并非工程上不能用。在很多情况下，这种不可取的初值范围在实际工程中就是不用的或者根本取不到的。退一步讲，此时的亚镇定指数吸引域往往都远比 Lyapunov 局部稳定性的吸引域要大得多，在一些问题中也许会更“安全”。

从另一个角度看，这种现象也说明了一个问题：在动态系统稳定性方面，人们普遍接受的 Lyapunov 稳定性也是不全面的，不能概括工程上的所有情形，也有待补充。而这一需要补充的内容就是所谓的动态系统的亚稳定性理论和控制系统的亚镇定理论，其核心特点是允许系统的吸引域是残缺的，允许其上有“洞”、有“缝隙”。

此文给出的关于全驱系统方法和反馈线性化方法的区别还都是表层的。事实上，关于何时能够全局反馈线性化，何时能够局部线性化，何时不能反馈线性化等问题，利用全驱系统方法都可以明确地分析清楚。但揭示这些深层次关系尚须有亚镇定理论的支持。限于篇幅，关于控制系统亚稳定性和亚镇定性理论将另文介绍。

4.2 包含关系

前面已经充分说明，高阶全驱系统亦可解反馈线性化方法之所能，又可解反馈线性化方法所不能，所以二者是“严格包含”关系，即反馈线性化方法可以处理的系统集合是高阶全驱系统方法可以处理的系统集合的真子集。可是，就所处理的系统范围来讲，二者是有交集的。正是因为这个交集的存在，才有人认为全驱系统方法是反馈线性化方法的变种。但实际上，这个交集是很小的，它只对应与那些可以化为单阶的（大范围）全驱系统模型的系统。

宇宙包含高山大海，在高山和大海中看宇宙，就把高山大海当成了整个宇宙。只摸到了大象的一条腿，“原来大象就是一个木桩！”；只摸到了大象的一只耳朵，“原来大象就是一叶芭蕉！”；只摸到了大象的鼻子，“原来大象就是一条蟒蛇！”所以，全驱系统方法一会儿是反馈线性化，一会儿又是动态逆控制，一会儿又是微分平坦，……。因为它太“大”，和状态空间方法一样，是一般性的方法论，自然和很多东西都有交集。在这些交集上它是点特殊的什么东西又有何妨。

5 结束语

近 30 年来，国内外关于控制基础理论的研究越来越难，越来越少，研究结果的普适性越来越差。人们更倾向于研究控制方法的应用问题；状态空间方法框架下的控制理论之路已经越来越难走，人们纷纷选择了回避。然而无论是什么样的控制应用问题，最终总要归结到控制系统设计理论和方法上来。控制系统设计理论和方法的水平必然要限制这些控制应用的水平。

一个物理系统的最原始模型是基于物理定律建立起来的一定个数的初始方程。而一阶状态空间模型和高阶全驱系统模型分别是两个极端情形——一阶状态空间模型是用最多个数的方程来描述系统（所以是一阶的），而全驱系统模型则是用最少个数的方程来描述系统；一阶状态空间模型是用最低阶的方程来描述系统，而全驱系统模型则是用最高阶的方程来描述系统。高阶全驱系统方法以高阶全驱系统模型为基础来研究控制系统的分析与设计，相较于状态空间方法是完全不同的方法论，已经部分地解决了控制系统的全局镇定问题和非线性系统的能控性分析问题，开辟了一条崭新的路线。希望国内控制界人士和机构能够大力支持这一原创性理论的研究。

高阶全驱系统理论是一个非常广阔的开拓性研究领域！衷心希望我国更多的年轻学者加入这一领域的研究中来，尽快做出一批具有原创性和颠覆性的成果，推动非线性控制理论的发展。

6 致谢

感谢同济大学洪奕光教授建议讨论例题 2.1。

参考文献

[1] 段广仁. 高阶系统方法— I. 全驱系统与参数化设计 [J]. 自动化学报, 2020, 46(7): 1333–1345.

[2] 段广仁. 高阶系统方法— Ⅱ. 能控性与全驱性 [J]. 自动化学报, 2020, 46(8): 1571–1581.

[3] 段广仁. 高阶系统方法—III. 能观性与观测器设计 [J]. 自动化学报, 2020, 46(9): 1885–1895.

[4] Duan G R. High–order fully actuated system approaches: Part I. Models and basic procedure, Int. J. Syst. Sci., 2020, 52(2): 422–435.

[5] Duan G R. High–order fully actuated system approaches: Part II. Generalized strict–feedback systems, Int. J. Syst. Sci., 2020, 52(3): 437–454.

[6] Duan G R. High–order fully actuated system approaches: Part III. Robust control and high–order backstepping, Int. J. Syst. Sci., 2020, 52(5): 952–971.

[7] Duan G R. High–order fully actuated system approaches: Part IV. Adaptive control and high–order backstepping, Int. J. Syst. Sci., 2020, 52(5): 972–989.

[8] Duan G R. High–order fully actuated system approaches: Part V. Robust adaptive control, Int. J. Syst. Sci., 2021, 52(10): 2129–2143.

[9] Duan G R. High–order fully actuated system approaches: Part VI. Disturbance attenuation and decoupling, Int. J. Syst. Sci., 2021, 53(10): 2161–2181.

[10] Duan G R. High–order fully actuated system approaches: Part VII. Controllability, stabilizability and parametric design, Int. J. Syst. Sci., 2021, 52(14): 3091–3114.

[11] Duan G R. High–order fully actuated system approaches: Part VIII. Optimal control with application in spacecraft attitude stabilization, Int. J. Syst. Sci., 2022, 53(1): 54–73.

[12] Duan G R. High–order fully actuated system approaches: Part IX. Generalized PID control and model reference tracking, Int. J. Syst. Sci., 2022, 53(3): 652–674.

[13] Duan G R. High–order fully actuated system approaches: Part X. Basics of discrete–time systems, Int. J. Syst. Sci., 2022, 53(4): 810–832.

[14] Duan G R. Discrete–time delay systems: Part 1. global fully actuated case, Sci. China–Inf. Sci., 2022. DOI: 10.1007/s11432–021–3417–3.

[15] Duan G R. Discrete–time delay systems: Part 2. sub–fully actuated case, Sci. China–Inf. Sci., 2022. DOI:10.1007/s11432–021–3448–1.

[16] Duan G R. Fully actuated system approaches for continuous–time delay systems: Part 1. Systems with state delays only, Sci. China–Inf. Sci., 2022. DOI: 10.1007/s11432–021–3459–x.

[17] Duan G R. Fully actuated system approaches for continuous–time delay systems: Part 2. Systems with input delays, Sci. China–Inf. Sci., 2022. DOI: 10.1007/s11432–021–3460–y.

[18] 段广仁，状态空间方法vs全驱系统方法（I）——从全局镇定问题看两种方法论，系统与控制纵横，2021, 8(2): 33–44.

[19] 段广仁，状态空间方法vs全驱系统方法（II）——从能控性问题看两种方法论，系统与控制纵横，2022, 9(1): 13–24.

[20] 段广仁，状态空间方法vs全驱系统方法（III）——从综合能力看两种方法论，系统与控制纵横，2022, 9(1): 25–33.

[21] 段广仁，状态空间方法vs全驱系统方法（IV）——线性系统的作用，系统与控制纵横，2022, 9(2): 22–30.

[22] Duan G R, Robust stabilization of time–varying nonlinear systems with time–varying delays: A fully actuated system approach, IEEE Transactions on Cybernetics, DOI: 10.1109/TCYB.2022.3217317.

[23] Duan G R. Stabilization via fully actuated system approach: A case study. Journal of Systems Science & Complexity, 2022, 35(3): 731–747.

[24] Brockett R W. Asymptotic stability and feedback stabilization[J]. Differential geometric control theory, 1983, 27(1): 181–191.

[25] Duan G R. Brockett's First Example: An FAS Approach Treatment, J. Syst. Sci. Complex., vol. 35, pp. 441–456, 2022.

[26] Duan G R. Brockett's second example: An FAS approach treatment. Journal of Systems Science & Complexity, 2022, DOI: 10.1007/s11424-022-2282-2.

【作者简介】段广仁，中国科学院院士，中国自动化学会会士，IEEE Fellow，IET Fellow；1991 年任哈尔滨工业大学教授，现为哈尔滨工业大学控制理论与制导技术研究中心名誉主任、南方科技大学控制理论与技术研究中心主任；是国家杰出青年基金获得者、长江学者、教育部长江学者创新团队项目负责人，国家自然科学基金委的创新群体、重大项目和基础科学中心项目负责人、国家某重大专项基础研究重大合同项目负责人。现（曾）任中央军委科技委国防科技专家、国务院学位委员会第八届控制科学与工程学科评议组召集人、国家 863 计划专家组成员、航天科技集团五院国防科技重点实验室第一、二届学术委员会委员、教育部科技委信息学部委员、中国自动化学会常务理事和国内外重要学术刊物编委等职。作为第一完成人获得国家自然科学二等奖 2 项，另获第四届中国青年科技奖、中国自动化学会控制理论专业委员会杰出贡献奖和全国优秀科技工作者称号；发表 SCI 论文 450 余篇，出版英文著作 3 部，出版的一部中文著作获得两项国家级图书奖励；培养的博士生有 2 人论文入选全国优秀博士学位论文，培养的博士生中已有学生成长为青年拔尖人才、国家优青、IEEE Fellow、长江学者、国家杰青和中国工程院院士。主要研究方向有控制系统的参数化设计、鲁棒控制、非线性控制和航天器控制等。