

状态空间方法 vs 全驱系统方法 (IV) ——线性系统理论的作用

段广仁

南方科技大学 控制科学技术研究院
哈尔滨工业大学 控制理论与制导技术研究中心

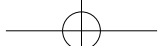
摘要 基于物理机理对一个系统进行建模时, 首先可获得描述系统的一组基础方程。进一步通过变量增广便可将该组基础方程转化为系统的一阶状态空间模型, 而通过变量消元则可将该组基础方程转化为系统的高阶(全驱)模型。这两种不同的出发点导致了两种完全不同的方法论。作为控制系统分析与设计的一种新的方法论, 全驱系统方法具有多方面的优势。该系列杂文的第三篇列举了全驱系统方法的八方面优势, 并对前七个方面进行了说明。该文特别对第八个方面——“让线性系统有了真正的用武之地”, 作进一步的阐述。

关键词 非线性控制, 状态空间方法, 全驱系统方法, 确定性系统, 不确定性系统

0 引子

关于全驱系统方法^[1-13], 我们已经完成了一个系列学术杂文的前三篇^[14-16]。特别地, 第三篇杂文^[16]试图说明这样一个问题: 虽然关于高阶全驱系统方法的理论和应用结果现在还很少, 但是它的发展前景是无限广阔的, 因为它的综合能力非常强, 具体表现在下述几个方面:

1. 让更多的系统拥有了全局稳定性;
2. 让非线性系统有了合理的能控性体系;
3. 让 Lyapunov 稳定性和镇定拓广到亚稳定性和亚镇定;
4. 让闭环系统的响应分析和稳定性分析变得容易;
5. 让一些传统难题, 如 Morgan 问题, 得以轻松解决;
6. 让很多时变系统的控制不再成为问题;
7. 让很多带有状态时滞的系统的控制不再成为问题;
8. 让线性系统理论有了真正的用武之地。



限于篇幅，第三篇杂文仅对上述前 7 个方面进行了阐述。本文继续讨论上述第 8 个方面。

纯粹的线性系统几乎不存在！

虽然工程上认可的线性系统很多，可那基本上都是非线性问题的线性化。严格说来，使用线性系统方法就是一种近似，工程上之所以认可，是因为很多情况下这种近似“够用”，满足要求。但这其中当然含有隐患，“不够用”的情形也时有发生。

人们梦寐以求的一件事情是什么？就是能把非线性问题化为线性问题来解决。这不正是我们控制界的梦，也是我们整个科学界的梦。不知道反馈线性化方法提出时是不是有这么大的抱负，我猜想应该没有。反馈线性化是作为非线性控制中的一个问题提出来的，无论从其严格的问题描述还是具体的设计方法方面看都没有这么大的格局。它的李导数条件对于工程师来说不容易接受，另外对于具体的设计也没有较大的指导意义，要找到一个可以完成使命的输出变量，由其逐步求导来获得线性系统，在很多情况下是一件很不容易的事情。反馈线性化方法和全驱系统方法的关系我们暂留到下一篇杂文中深入探讨。

需要指出的是，全驱系统方法有能力完全或者部分地获得一个希望的定常线性闭环系统。虽然在处理某些非线性控制问题时我们并不一定非要获得一个线性闭环系统，但能够获得一个希望的线性闭环系统的确是全驱系统方法的最大优势，应该充分利用。本文就来讨论这一优势如何充分利用。全驱系统方法将很多非线性控制问题转化为线性控制问题来解决，让线性系统理论真正有了用武之地。本文将具体阐述下述七个问题：

1. 闭环特征结构配置问题；
2. 跟踪问题；
3. 最优控制问题；
4. 观测器设计问题；
5. 抗干扰问题；
6. 鲁棒控制问题；
7. 自适应控制问题。

1 基本问题

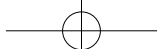
我们首先来看第一个问题，闭环特征结构配置问题。

1.1 全驱系统方法应用过程

再来回忆一下全驱系统方法的应用过程。面对一个实际系统，我们首先要做的是系统建模，基于一系列物理定律或其他的准则得到所谓的一组基础方程。接下来就要通过等价变换和变量消元把基础方程化成一个高阶全驱系统，以单阶模型为例，即：

$$\dot{x}^{(n)} = f(x^{(0 \sim n-1)}, \zeta, t) + B(x^{(0 \sim n-1)}, \zeta, t)u \quad (1)$$

其中矩阵 $B(x^{(0 \sim n-1)}, \zeta, t)$ 为方阵，且



$$x^{(0 \sim m-1)} = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \vdots \\ x^{(m-1)} \end{bmatrix}, \quad \zeta = \begin{bmatrix} x^{(0 \sim m-1)}(t - \tau_1) \\ x^{(0 \sim m-1)}(t - \tau_2) \\ \vdots \\ x^{(0 \sim m-1)}(t - \tau_p) \end{bmatrix}$$

显然, ζ 代表的是系统中的时滞项。定义系统的可行集为

$$\mathbb{F}_t = \{(x^{(0 \sim n-1)}, \zeta) | \det B(x^{(0 \sim n-1)}, \zeta, t) \neq 0 \text{ or } \infty\},$$

则在 $\mathbb{F}_t$ 上我们可为系统(4)选取下述控制律

$$u = -B^{-1}(x^{(0 \sim n-1)}, \zeta, t)(f(x^{(0 \sim n-1)}, \zeta, t) + A_{0 \sim n-1}x^{(0 \sim n-1)} - v), \quad (2)$$

所得闭环系统如下:

$$\begin{cases} x^{(n)} + A_{0 \sim n-1}x^{(0 \sim n-1)} = v \\ (x^{(0 \sim n-1)}, \zeta) \in \mathbb{F}_t \end{cases} \quad (3)$$

这是一个受限的线性系统(亦见文献[10])。对于大范围全驱系统(或称全局全驱系统)的情形, $\mathbb{F}_t$ 充满其变量所在的空间, 此时闭环系统不再有约束, 而成为下述独立的线性系统:

$$x^{(n)} + A_{0 \sim n-1}x^{(0 \sim n-1)} = v \quad (4)$$

为方便起见, 下面我们只对大范围全驱系统的情形加以讨论。

1.2 基本问题

特征结构配置问题本来是线性系统的专利, 今天我们终于可以将其用到非线性系统上了。

如果我们引入记号

$$\Phi(A_{0 \sim n-1}) = \begin{bmatrix} 0 & I & & \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & & & I \\ -A_0 & -A_1 & \cdots & -A_{n-1} \end{bmatrix}$$

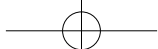
$$\Phi(0_{0 \sim n-1}) = \begin{bmatrix} 0 & I & & \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & & & I \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \quad B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ I \end{bmatrix}$$

则闭环系统(4)便等价于下述状态空间模型:

$$\dot{x}^{(0 \sim n-1)} = \Phi(A_{0 \sim n-1})x^{(0 \sim n-1)} + B_c v \quad (5)$$

因而只要求取控制律参数 $A_{0 \sim n-1}$ 使得 $\Phi(A_{0 \sim n-1})$ 稳定即可, 而这又等价于下述广义特征结构配置问题:

$$\Phi(A_{0 \sim n-1}) = \Phi(0_{0 \sim n-1}) + B_c A_{0 \sim n-1} = VFV^{-1} \quad (6)$$



其中 F 是任意的稳定矩阵， V 是任意的可逆矩阵。

换句话说，一旦将一个非线性系统表示为高阶全驱系统模型 (1)，其镇定问题便化成了矩阵对 $(\Phi(0_{0 \sim n-1}), B_c)$ 的特征结构配置问题，而我们要求取的反馈控制律参数 $A_{0 \sim n-1}$ 就是该特征结构配置问题中的反馈矩阵。这样，我们就把一个非线性控制问题化成了一个典型的线性系统问题。对于这一问题我们已经给出了其完备的参数化解^[1, 4, 10, 13]。

由于矩阵对 $(\Phi(0_{0 \sim n-1}), B_c)$ 的特征结构配置问题的特殊重要性，我们称这一问题为全驱系统方法中的基本问题^[1, 17]。

1.3 万法归一

上述分析蕴含了一个非常有趣的事实，也是在控制理论中少见的事实。那就是，在五彩缤纷、形形色色的非线性世界里，很多非线性控制问题最后居然都归结为一个确定的矩阵对 $(\Phi(0_{0 \sim n-1}), B_c)$ 的特征结构配置问题。正所谓万法归一。

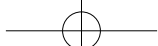
事实上，不仅仅在上述这个特征结构配置问题中是这样，只要利用全驱系统方法进行设计，最后几乎都逃脱不了反馈控制律参数 $A_{0 \sim n-1}$ 的求取问题，也就避免不了求解矩阵对 $(\Phi(0_{0 \sim n-1}), B_c)$ 的特征结构配置这一基本问题。

在科学研究中，经常见到一类问题会转化为另一类问题。但在我们讨论的这一现象中，有两点是非常突出的。第一，能够转化的非线性问题的密集程度是罕见的，这涉及到连续系统、离散系统、时滞系统、时变系统、随机系统等各类系统中的诸多非线性控制问题；第二，转化过去之后的问题的具体程度是罕见的，请注意转化后的问题不是一类问题，而是一个问题，一个具体的矩阵对的特征结构配置问题。

顺带指出，这种思想当然也适用于线性系统。我们已经证明，任何一个能控的线性系统都能化为一个高阶全驱系统。转化之后我们便可以应用同样的思想将系统的镇定问题归结为矩阵对 $(\Phi(0_{0 \sim n-1}), B_c)$ 的特征结构配置问题。

在线性系统理论中，极点配置和特征结构配置是系统镇定的主流方法之一。在我们的印象中，提及极点配置和特征结构配置，我们也是面向形形色色的系统、形形色色的矩阵对。然而今天我们看到了，千千万万个极点配置问题或特征结构配置问题都可以用一个问题所代替，那就是具体的矩阵对 $(\Phi(0_{0 \sim n-1}), B_c)$ 的特征结构配置问题。这个矩阵对中只有两个参数，一个是 n ，也就是系统的阶次；另一个是 r ，也就是系统输入的维数。这么简单的一对矩阵就能解决这么多问题。这就是万法归一，以不变制万变！

鉴于这一特征结构配置问题的重要性，我们对其进行了详细的研究，针对不同的参数建立了该问题的参数化解^[17]。简言之，相当于提供了一个数据库：当人们把一个问题换为这种形式的特征结构配置问题时，就可以在该数据库中找到与之匹配的具体的参数化解。



2 确定性控制系统设计

接下来讨论非线性系统的渐近跟踪、最优控制和观测器设计问题。

2.1 渐近跟踪问题

引入全驱系统(1)的输出方程

$$y = Cx^{(0 \sim n-1)}$$

我们要求输出 $y(t)$ 渐近跟踪一个指定信号 $r(t)$ 。这样的一个非线性控制问题，在输入变换(2)下化成了这样的线性控制问题：

$$\begin{cases} x^{(n)} + A_{0 \sim n-1} x^{(0 \sim n-1)} = v \\ y = Cx^{(0 \sim n-1)} \\ \lim_{t \rightarrow \infty} (y(t) - r(t)) = 0 \end{cases} \quad (7)$$

在状态空间方法下描述这个问题，如果没有特殊假设，没有特殊结构，便无法处理。在全驱系统方法下，我们现在将这一非线性跟踪问题转成了线性系统中的信号跟踪问题 (7)，那么关于线性系统跟踪问题的所有理论方法就都可以借用了，我们可以考虑跟踪定常信号、时变信号、参考模型生成的信号等各种渐近跟踪问题[1, 12]。

2.2 最优控制问题

非线性系统的最优控制问题很难。状态空间方法框架下的最优控制是什么？就是 Pontryagin 极大值原理。请问，有多少个问题可以用 Pontryagin 极大值原理严格地解出来呢？大家能够共知的很有限，除了 Bang-Bang 控制和退化为线性情形的二次型最优调节器之外，我们所知甚少。

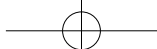
我们现在提出非线性系统(1)的一个具体的非线性最优控制问题，其优化指标为

$$J = \int_0^\infty (\|x^{(0 \sim n-1)}\|_Q^2 + \|x^{(n)}\|_R^2) dt$$

其中的加权矩阵 R 必须是正定的。这类指标的含义是要求 x 的各阶导数尽可能地小。

为什么要优化这样一个指标呢？因为它有很多的实际背景。比如说我们生活中的高档电梯，我们站在里面，感觉又快又稳！感觉不到明显的加速和减速，感觉不到压力。为什么会这样？就是因为它的位置信号的一阶和二阶导数比较小，特别是其二阶导数小。再比如，卫星的平稳控制和消旋过程中的柔顺控制，一定是要求其位置信号是充分光滑的，其各阶导数在完成任务的前提下尽可能地小。

对于这样一个非线性最优控制问题，我们采用形如(2)的一个控制输入变换之后，这个问题就转化成了一个线性系统极小化一个标准的二次型指标的问题，



$$\begin{cases} x^{(n)} + A_{0 \sim n-1} x^{(0 \sim n-1)} = v \\ \min \int_0^\infty (\|x^{(0 \sim n-1)}\|_Q^2 + \|v\|_R^2) dt \end{cases}$$

把其中的线性系统化成状态空间模型后，这一问题也就化成了标准的线性二次型最优控制问题，因而迎刃而解^[11]。

2.3 观测器设计问题

系统的状态未知，只知道其输出时，要实现对系统的有效控制，一个自然的途径就是设计系统的状态观测器。可是，当系统为非线性时，在状态空间方法下设计一个非线性系统的状态观测器同设计一个非线性系统的镇定控制律一样困难，一般情况下是做不出来的，除非增加一些特殊的结构和假设条件[3]。

有一个大家平常不注意的事实：我们关心的系统状态在开环和闭环中是相同的，是同一个东西。因此我们既可以针对开环系统设计状态观测器，也可以针对闭环系统设计状态观测器。但是，在状态空间方法的框架下，如果系统是非线性的，闭环系统也常常是非线性的。这种情况下，针对开环系统和闭环系统设计状态观测器都很困难，也就没有什么差别了。这也正是这一事实不被人注意的根本原因。

可是在全驱系统方法的框架下，事情就截然不同了。因为闭环系统为线性，我们现在就可以很容易地针对线性的闭环系统设计状态观测器了。然后再基于观测出的状态设计形如(2)的控制律，从而就可以获得系统(1)的下述形式的输出反馈动态补偿器了：

$$\begin{cases} u = -B^{-1}(f + A_{0 \sim n-1} \hat{x}^{(0 \sim n-1)} - v) \\ \dot{\hat{x}}^{(0 \sim n-1)} = \Phi(A_{0 \sim n-1}) \hat{x}^{(0 \sim n-1)} + B_c v - L(y - C \hat{x}^{(0 \sim n-1)}) \end{cases}$$

这思路，是何等的巧妙！

当 $B(x^{(0 \sim m-1)}, \zeta, t) = B(y(t), y(t - \tau_i), t)$ ，且函数 $f(x^{(0 \sim m-1)}, \zeta, t)$ 关于 $x^{(0 \sim m-1)}$ 满足一定条件，如 Lipschitz 条件时，便可证明闭环系统的全局渐近稳定性。

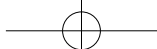
3 不确定性控制系统设计

本节考虑下述不确定系统的控制

$$x^{(n)} = f(x^{(0 \sim n-1)}, \zeta, t) + B(x^{(0 \sim n-1)}, \zeta, t)u + \text{不确定项} \quad (8)$$

其中的不确定项可以是干扰，也可以是不确定性或未知参数。在控制律 (2) 的作用下，闭环系统为

$$x^{(n)} + A_{0 \sim n-1} x^{(0 \sim n-1)} = v + \text{不确定项} \quad (9)$$



3.1 抗干扰问题

首先考虑干扰问题，即

$$\text{不确定项} = d(t)$$

这里的干扰 $d(t)$ 既可以是确定性干扰，也可以是随机干扰。我们已经看到，在全驱系统方法的框架下，一个非线性系统（8）的抗干扰问题便化成了一个线性系统（9）的抗干扰问题。这一步的跨越可谓是惊世骇俗的！

如果原系统是状态空间模型下的非线性系统，在没有特殊假设、没有特殊结构的情况下，我们就很难处理。可现在不同了，我们已经把非线性问题化成线性问题，无论是考虑干扰解耦、干扰抑制，还是干扰补偿，我们都可以借用线性系统理论中已有的方法^[9]。

另一方面，系统中的干扰 $d(t)$ 也可以是多方面的，可以是一个直接的干扰信号，也可以是由某种模型生成的，还可以是随机干扰。在随机干扰的情况下，问题便跨越了控制系统理论中的另一个领域，即随机系统理论。同样的道理，对于随机非线性系统的控制我们很难处理，但是问题一旦转化成线性随机系统问题，著名的最优 Kalman 滤波便可以为我们所用了。

这一思想究竟覆盖了多大的范畴，请读者自行思考。

3.2 鲁棒控制问题

现在考虑鲁棒控制问题，此时模型（8）中的不确定项是系统的不确定性，即

$$\text{不确定项} = \Delta f(x^{(0 \sim n-1)}, \zeta, t)$$

与干扰问题的情形相同，在全驱系统方法的框架下，一个非线性系统的鲁棒控制问题（8）便化成了一个线性系统的鲁棒控制问题（9），即化成了一个带有不确定性的线性系统的控制问题。

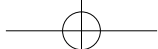
如果原来的系统是状态空间模型下的非线性系统，在没有非常特殊的结构和条件的情况下，这种非线性鲁棒控制问题是很难求解的。但现在我们就可以借用线性系统的鲁棒控制方法了。即使是不借用，针对这样一个特殊的、带有不确定性的线性系统直接进行设计，也是可以比较容易地获得较好结果的。

具体说来，针对不确定性的两种假设，可以实现两类目标。第一类是假设不确定性受限于某一个正的函数，此时可以得到闭环系统的最终有界性，即系统的状态最终收敛到一个有界球域之中；如果不确定性是线性受限的，就可以得到闭环系统的全局渐近稳定性^[6,8]。

3.3 自适应控制问题

对于自适应控制问题，此时模型（8）中的不确定项是系统的未知参数项，即

$$\text{不确定项} = H^T(x^{(0 \sim n-1)}, \zeta, t)\theta$$



其中 θ 为一个未知参数向量。

同样,在全驱系统方法的框架下,一个非线性系统的自适应控制问题(8)便化成了一个线性系统的自适应控制问题(9),化成了一个带有未知参数的线性系统的自适应控制问题。然而在状态空间方法的框架下,这类一般的非线性自适应控制问题很难求解。当前研究最多的是关于严反馈系统的、基于反步法的自适应控制问题。

在全驱系统方法的框架下,非线性自适应控制问题在一个输入变换下变成了线性系统+未知参数项的自适应控制问题,自然就较容易解决了。我们针对 θ 时变和定常的两种情况进行了研究。如果 θ 是时变的,在一定条件下能得到闭环系统的最终有界性;如果 θ 是定常的,则能获得闭环系统的全局渐近稳定性^[7,8]。

4 一点说明

为了方便起见,我们上面的论述,也包括前几篇杂文中的论述,都是针对全驱系统模型(1)或(8)展开的。这种模型我们称为固定阶或者单阶模型。除此之外,我们还有更加一般的多阶的高阶全驱系统模型,即下述多阶模型:

$$\begin{bmatrix} x_1^{(n_1)} \\ x_2^{(n_2)} \\ \vdots \\ x_m^{(n_m)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x_k^{(0 \sim n_k-1)}|_{k=1 \sim m}, \zeta, t) \\ f_2(x_k^{(0 \sim n_k-1)}|_{k=1 \sim m}, \zeta, t) \\ \vdots \\ f_m(x_k^{(0 \sim n_k-1)}|_{k=1 \sim m}, \zeta, t) \end{bmatrix} + B(x_k^{(0 \sim n_k-1)}|_{k=1 \sim m}, \zeta, t)u$$

其中的变量定义我们就不做解释了,详见[18-21]。

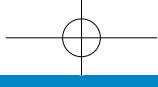
我们指出,上述的所有论述都可以推广到该多阶模型上去。事实上,有关最优控制[11]和渐近跟踪^[12]方面的工作就是针对上述多阶模型展开的,更多的工作可参见[22—28]。

5 结束语

上面这一系列处理就是全驱系统方法与线性系统理论的完美结合!这种结合又让多少原来解不了或解不好的问题得到了圆满解决!

状态空间方法中的非线性控制理论虽然不完善,但其中的线性系统理论部分还是非常成熟、非常完备的。在人们的常规认识中,线性系统大都是非线性系统的线性化。采用线性系统理论的设计大都是Lyapunov第一法意义下的近似。这就是在此之前人们对线性系统理论的基本定位!如今我们看到了,全驱系统方法让线性系统理论真正有了用武之地,让线性系统理论不再单纯地解决线性问题,让线性系统方法不再只是近似的角色,让线性系统理论的作用在非线形控制中发挥得淋漓尽致。

从上述意义上讲,全驱系统方法和状态空间方法也不是相互孤立和相互割裂的。对于全驱系统方法来说,利用系统的全驱特性对消掉系统中的非线性,将问题转化为相应的线性问题,从而线性系统理论便可以大展身手,成为全驱系统方法中非线性控制设计的一部分,履行了整个非线性控制中的一个重要



环节。这就为状态空间方法中的线性系统理论赋予了新的生命。

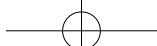
高阶全驱系统理论是一个非常广阔的开拓性研究领域！衷心希望我国更多的年轻学者加入这一领域的研究中来，尽快做出一批具有原创性和颠覆性的成果，推动非线性控制理论的发展。

6 致谢

感谢南京理工大学邹云教授的有益建议。

参考文献

- [1] 段广仁. 高阶系统方法—I. 全驱系统与参数化设计[J]. 自动化学报, 2020, 46(7): 1333–1345.
- [2] 段广仁. 高阶系统方法—II. 能控性与全驱性[J]. 自动化学报, 2020, 46(8): 1571–1581.
- [3] 段广仁. 高阶系统方法—III. 能观性与观测器设计[J]. 自动化学报, 2020, 46(9): 1885–1895.
- [4] Duan G R. High-order fully actuated system approaches: Part I. Models and basic procedure, Int. J. Syst. Sci., 2020, 52(2): 422–435.
- [5] Duan G R. High-order fully actuated system approaches: Part II. Generalized strict-feedback systems, Int. J. Syst. Sci., 2020, 52(3): 437–454.
- [6] Duan G R. "High-order fully actuated system approaches: Part III. Robust control and high-order backstepping," Int. J. Syst. Sci., 2020, 52(5): 952–971.
- [7] Duan G R. High-order fully actuated system approaches: Part IV. Adaptive control and high-order backstepping, Int. J. Syst. Sci., 2020, 52(5): 972–989.
- [8] Duan G R. High-order fully actuated system approaches: Part V. Robust adaptive control, Int. J. Syst. Sci., 2021, 52(10): 2129–2143.
- [9] Duan G R. High-order fully actuated system approaches: Part VI. Disturbance attenuation and decoupling, Int. J. Syst. Sci., 2021, 52(10): 2161–2181.
- [10] Duan G R. High-order fully actuated system approaches: Part VII. Controllability, stabilizability and parametric design, Int. J. Syst. Sci., 2021, 52(14): 3091–3114.
- [11] Duan G R. High-order fully actuated system approaches: Part VIII. Optimal control with application in spacecraft attitude stabilization, Int. J. Syst. Sci., 2022, 53(1): 54–73.
- [12] Duan G R. High-order fully actuated system approaches: Part IX. Generalized PID control and model reference tracking, Int. J. Syst. Sci., 2022, 53(3): 652–674.
- [13] Duan G R. High-order fully actuated system approaches: Part X. Basics of discrete-time systems, Int. J. Syst. Sci., 2022, 53(4): 810–832.
- [14] 段广仁, 状态空间方法vs全驱系统方法(1)——从全局镇定问题看两种方法论, 系统与amp;控制纵横,



- 2022, 8(2): 33–44.
- [15] 段广仁, 状态空间方法vs全驱系统方法(II)——从能控性问题看两种方法论, 系统与控制纵横, 2022, 9(1): 13–24.
- [16] 段广仁, 状态空间方法vs全驱系统方法(III)——从综合能力看两种方法论, 系统与控制纵横, 2022, 9(1): 25–33.
- [17] Duan G R, Zhao Q & Zhao T Y. Parametric Solutions to the Elementary Problem in High-order Fully Actuated System Approach, International Journal of Control, Automation, and Systems, to appear.
- [18] Duan G R. Discrete-time delay systems: Part 1. global fully actuated case. Science China–Information Sciences, 2022, 65: 182201:1–182201:18.
- [19] Duan G R. Discrete-time delay systems: Part 2. sub-fully actuated case. Science China–Information Sciences, 2022, 65: 192201:1–192201:15.
- [20] Duan G R. Fully actuated system approaches for continuous-time delay systems: Part 1. Systems with state delays only. Science China–Information Sciences, 2022. DOI: 10.1007/s11432–021–3459–x.
- [21] Duan G R. Fully actuated system approaches for continuous-time delay systems: Part 2. Systems with input delays. Science China–Information Sciences, 2022. DOI: 10.1007/s11432–021–3460–y.
- [22] Duan G R. Stabilization via fully actuated system approach: A case study. Journal of Systems Science & Complexity, 2022, 35(3): 731–747.
- [23] Duan G R. Brockett's first example: An FAS approach treatment. Journal of Systems Science & Complexity, 2022, 35(2): 441–456.
- [24] Duan G R. Brockett's second example: An FAS approach treatment. Journal of Systems Science & Complexity, 2022, DOI: 10.1007/s11424–022–2282–2.
- [25] Duan G R, Zhou B. A frequency-domain approach for converting state-space models into high-order fully actuated models. Journal of Systems Science & Complexity, 2022, 35(6): 2046–2061.
- [26] Duan G R, Liu G P. Attitude and orbit optimal control of combined spacecraft via a fully-actuated system approach. Journal of Systems Science & Complexity, 2022, 35: 623–640.
- [27] Duan G R, Robust stabilization of time-varying nonlinear systems with time-varying delays: A fully actuated system approach, IEEE Transactions on Cybernetics, DOI: 10.1109/TCYB.2022.3217317.
- [28] Duan G R. Brockett's First Example: An FAS Approach Treatment, J. Syst. Sci. Complex., 2022, 35:441–156.