状态空间方法 vs 全驱系统方法（I）
——从全局镇定问题看两种方法论

段广仁　哈尔滨工业大学 控制理论与制导技术研究中心

摘要：全局镇定问题是控制科学的根本问题。作为系统与控制科学史上占有百年统治地位的一阶状态空间方法，直到目前对于一般非线性系统的全局镇定问题仍然束手无策，现有理论方法在大多数情况下只能给出局部镇定解，甚至对于一些问题还不能求解。这种困境源于人们所长期依赖的状态空间模型。由于它是一种原本用于系统状态求解、分析和估计的模型，被用于系统的控制问题是不顺畅的、牵强的。我们新近提出的动态系统的高阶全驱系统方法则可以更方便地解决系统的镇定问题，为控制理论研究开辟了一条崭新的途径。

关键词：控制理论，非线性控制，全局镇定，状态空间方法，全驱系统方法

0 引子

控制理论的终极目标是什么?

当然是服务于工程实践。具体说来，就是能够“控制好”每一个实际系统，如机器人、卫星、导弹和工业生产线等。

有人说，这些不是已经都实现有效控制了吗? 其实不然。现有的控制方法对于简单的系统是有效的，对于稍复杂一些的系统是勉强可用的，而对于更加复杂的系统则是不能用或者用不好的。

1 全局镇定问题

“控制好”一个系统在科学层面的含义是什么呢? 就是要闭环系统满足期望的性能要求。这其中最重要的当属系统的稳定性。一个系统稳定是其正常工作的最基本的条件，也是能够进一步获得其他性能的前提。

说到稳定性，理想的要求是系统具有全局稳定性。如果一个系统只具有局部稳定性，则系统状态在系统运行过程中不可以偏离平衡点（或工作点）过远，否则系统将失稳。美国的 HTV-2 试飞器失败就

是因为偏航超出了预期；印度的“月船二号”软着陆失败就是因为没有及时将速度降至所需的级别。相反，如果一个系统具有全局稳定性，即使系统的状态因扰动产生了较大的偏离，系统仍然能够返回正常工作状态。

由上述可见，实现控制系统的全局镇定是控制科学的终极目标。我们周知的关于控制系统分析的全部理论实际上都是为这一终极目标服务的。

粗略说来，动态系统的全局镇定问题可以概括为下述两个问题：

1）一般确定性系统在全部（或部分）状态信息已知情况下的全局镇定问题；

2）一般不确定性系统在全部（或部分）状态信息已知情况下的全局镇定问题。

上述全局镇定问题是控制科学中的核心科学问题，是控制科学皇冠上的明珠，是我们长期以来一直在努力追求但却可望不可及的。

问题中所说的确定性系统包括正常的确定性连续时间系统、离散时间系统和时间滞后系统；所说的不确定性系统包括随机系统、带有未知参数的系统以及包含扰动和未建模动态的各种系统等。

2 历史的启示

2.1 控制理论发展简史

早在 1727 年，L. Euler 就给出了将二阶微分方程化为一阶微分方程求解的方法。之后于 1750 年他又给出了将 n 阶非齐次常系数线性微分方程化成一阶微分方程求解的一般方法。这就是最早的求解控制系统响应的一般方法。由于任何一个高阶系统都可以化成一个增广的一阶系统，这种一阶系统描述被看成是万能的，而这种降阶法或变量增广法的思想也被人们广泛接受。

1892 年，俄国著名数学家 A. M. Lyapunov 完成了他的博士论文“The General Problem of the Stability of Motion”，奠定了控制系统稳定性的理论基础。这一理论也是建立在一阶微分方程描述的系统框架之上的，所解决的问题就是系统状态的极限性质。

1914—1918 年和 1939—1945 年的两次世界大战催生了古典自动调节原理。1932 年，H. Nyquist 的经典论文“Regeneration theory”标志着基于频域方法的古典控制论的初步形成。1956 年钱学森的“Engineering Cybernetics”一书则对古典频域理论进行了系统总结和完善。

到 20 世纪中叶，控制理论得到了蓬勃发展。这一时期出现了 Kalman 滤波、Bellman 动态规划和 Pontryagin 极大值原理等一大批里程碑式的结果，标志着现代控制理论的形成。值得再次强调的是，所有这些结果也都是建立在一阶微分方程描述的系统框架之上的。

这种基于一阶系统框架的方法被 R. E. Kalman 于 1960 年正式命名为状态空间方法。他的开创性论文“On the General Theory of Control Systems”，为现代控制理论的发展奠定了基础，也给数学在控制领域中的应用提供了广阔的空间。以至于后期出现的诸多理论方法，如 H∞控制、预测控制、线性矩阵不等式方法和状态依赖 Riccati 方程方法等，也无一不是在一阶状态空间方法的框架下展开的。

一阶状态空间方法在控制系统科学史上占有绝对的统治地位。虽然现在也偶见定常线性系统的多项

式方法和一些研究二阶系统的直接控制方法，但与一阶状态空间方法的广泛程度相比，只是凤毛麟角、沧海一粟。

2.2 状态空间方法中的数学游戏

一个学科离开了数学的支撑，就不可能有真正的实质性进展。一个学科一定程度的数学化是必要的，但应用科学毕竟还要和物理背景紧密结合，不能走进纯粹数学游戏的圈子。

R. E. Kalman 是主张控制理论数学化的。他在 1969 年出版的著作中称："控制理论不处理真实世界，只处理真实世界某些方面的数学模型，从而从工具到结果都是数学"（Control theory does not deal with the real world, but only with mathematical models of certain aspects of the real world; therefore the tools as well as the results are mathematical）。后来在 2008 年，他于斯坦福大学所做的凯拉斯（Kailath）讲演中说："一旦获得模型，剩下的便是数学"（Once you get the physics right, the rest is mathematics）。这句话后来成了名言，被许多控制科学家经常引用。

Kalman 的工作和思想得到了众多科学家的追捧，对一阶状态空间方法的普及起到了极大的促进作用。虽然在状态空间框架下的许多非线性控制问题，特别是能控性等问题，极其困难，但数学家们还是津津有味、自得其乐地运用着微分几何、李代数、场论等抽象数学工具，凭着"蚂蚁啃骨头"的精神，做着一点点的推进。运用这些抽象数学工具所得的结果特点很明显：简洁、明了、深刻、漂亮！但问题也是很突出的。一方面，这些结果既不好理解，也不便于应用。把高深的数学工具用于求解问题当然是值得提倡的，但最后的结果是要"落地"的：无论中间的推导过程多么的高深莫测，其最后的结果应该是简单、实用的。另一方面，就非线性控制理论方面的具体问题而言，运用这些抽象数学工具依然不能彻底解决问题。

长期以来，人们认为状态空间方法是唯一的，自然也是最好的，从来没有对这种方法论产生过任何怀疑，即使在处理非线性系统控制问题上困难重重，也是一直不离不弃。几乎没有人会重新思考一下这条路对不对。而做出的许多工作几乎就是抽象数学，让控制科学家都望而却步，更不用说众多的控制工程师了。

2.3 我们错失了什么?

早期 Euler 和 Lyapunov 的工作，本质上都是状态分析，前者是状态的定量分析，后者是状态的定性分析。直到两次世界大战期间，系统控制问题才得以突出。此时人们及时地提出了系统的频域模型，从而使得单变量线性系统的控制理论得以迅速建立和完善（图 1）。这种古典频域理论只适用于线性系统，且以单变量系统为主。从应用角度讲，古典频域方法的影响一直延续。但从理论研究的角度讲，古典频域方法好似一颗流星在漫长的控制理论发展史上划过，因为它主要关注线性单变量系统，主要问题很快便得以解决。从长远的发展意义上说，当时人们更需要的是时间域中的一个面向控制的模型（model for control），是一个可以处理非线性的模型。然而，令人遗憾的是，轰轰烈烈的"状态空间"研究热潮早已让人们无暇去思考这一问题。站在状态空间方法的观点来看，我们有一阶状态空间模型足矣，任何其

他模型都没有存在和讨论的必要。

从本质上来说，状态空间方法以状态变量为主角，以控制变量为配角。它最早提出是用于求解微分方程的，却被用来做控制系统设计。又因为在线性系统控制理论中表现出色，所以就自然被沿用于非线性控制。可是，能处理好线性问题，不一定能处理好非线性问题。控制问题需要求取的是控制向量，不再是系统的状态向量。利用状态空间方法求解系统的状态及其估计问题是顺畅的，但是利用它来求解控制问题则是不顺畅的、牵强的。

“工欲善其事，必先利其器”。一百年前，当控制问题摆在人们面前的时候，人们没有及时地建立一个时间域中应有的面向控制的模型，错失了一个更加科学、合理的方法论所带来的巨大发展机遇，客观上或许极大地减缓了控制科学技术本应具有的发展速度。

3 一阶状态空间方法陷入困境

3.1 结果总体上远不尽人意

1982 年，美国数学家、著名的 Bellman 动态规划创始人 Richard Bellman 的学生 John Casti 在其题为“Recent Developments and Future Perspectives in Nonlinear System Theory”的综述论文中指出：

“All current indications point toward the conclusion that seeking a completely general theory of nonlinear systems is somewhat akin to the search for the Holy Grail: a relatively harmless activity full of many pleasant surprises and mild disappointments, but ultimately unrewarding.”

对于这段文字，已故的高为炳院士在其论文中是这样翻译的：

“目前所有的迹象都指向这样一个结果：寻找一个完全通用的非线性系统理论有点类似于寻找圣杯，是相对无害的活动，充满了许多愉快的意外和轻微的失望，而最终则是白费力气。”

这话是不是说得很过分？甚至到了可以让某些人幸灾乐祸的程度？另外，Casti 还建议人们专注于由应用启发的特殊类别的非线性问题：“A far more profitable path to follow is to concentrate upon special classes of nonlinear problems, usually motivated by applications, and to use the structure inherent in these classes as a guide to useful (i.e., applicable) results.” 这观点显然是对建立一般性的非线性控制理论充满了失望，认为试图提出相对普遍的非线性控制系统理论是徒劳的。事实上这一点也被控制科学家广泛接受。所以今天大多数非线性系统理论的结果都集中在特殊类型的系统上。

1995 年欧洲控制杂志的第一期第一篇论文综述了包括我国陈翰馥院士在内的当时国际控制界 27 位最顶尖科学家的看法，其中加拿大工程院院士 E. Davison 认为控制理论还处在婴儿期（I believe control theory is just in its infancy），并称非线性系统领域 “almost everything is open”。

几十年过去了，关于非线性控制尚未出现新的开创性进展。

3.2 “控制将死论”（Control Is Dead）

3.2.1. 控制界的大事件

2010 年，国际上还出现了“控制将死论”（Control is dead），在控制界引起了轩然大波。“Control is dead”的字样曾出现在许多重要的学术场合。澳大利亚科学院院士、瑞典皇家科学院外籍院士、国际控制理论界著名学者 G. Goodwin 在一个国际会议的大会报告讲演中就曾谈及这一观点。

这一风波的起因是美国自然科学基金委自动化与控制的项目主任称“Control is dead”，意指控制理论已经很成熟，除非有重大突破，对控制的传统领域不再予以支持。当时美国控制界同行们发出了这样的呐喊：“What are we supposed to do? Starve?”。

清华大学兼职教授、哈佛大学终身教授、美国工程院院士、中国科学院和工程院两院外籍院士、控制理论著名专家何毓琦先生站出来对此作了解读，大意是控制已经到了成熟阶段，很难再有大的突破。针对同行的反映，何先生指出了四条出路：1）坚持做开创性研究，机会虽小可一旦成功回报丰厚；2）继续做拓展性工作，但不要指望获得较大的支持；3）去做教师，去教书和撰写教材；4）到科研管理部门去发挥才干。

何毓琦先生对“控制将死论”还给出了另一种解释。他说：“控制已死，要重生就要等待类似于耶稣使拉萨路复活的那种奇迹发生。从这一意义上讲，我们可以说控制还没有死，它或许只是在等待另一个黄金时代的再次出现。但这种机会不会来自对现有成熟理论的拓展”（“Control is dead” until it is reborn like Lazarus by a Jesus miracle。In this sense, one can argue CONTROL is certainly not dead and now may be waiting for the “second coming” of another golden age of control. But chances are it won't be from extending the current mature theory）。

值得说明的是，这一“控制将死论”指的应该是控制理论研究，这里所说的 control，特指的是 control theory。控制科学技术具有无限广阔的应用空间，自然永远不会死！

3.2.2. 科学对待这一事件

“控制将死论”是控制界的一件大事，也是一个极其敏感的话题。何毓琦先生好心站出来解读此事，从而卷入这场风波。这或许也给他带来了一些烦恼。何先生有资格来解读此事，他的解读也是合情合理的！何先生曾将自己的博文集结整理，于 2009 年在科学出版社出了一本书，题为《科学人生纵横——何毓琦博文集萃》。只可惜关于“控制将死论”的博文写于 2010 年，还未能收录其中。

翻开一本 20 世纪 70－90 年代控制方面的杂志或论文集，我们会发现大部分论文都是关于基础控制理论的。再翻开今天控制方面的杂志或论文集，我们看到的尽是机器人、网络系统、多智能体、无人机和神经网络，控制基础理论的论文寥寥无几！——这就是事实，一个我们不经意可见的事实，也确是一个不可否认的事实。

我们承认，这些方面都很重要！但基础控制理论不重要吗？所有这些方面的研究最后不是还要归结为基本的控制问题吗？其结果不是还要受基础控制理论和方法的制约吗？我们都能指望所归结的控制问题都是那么地简单、那么地特殊，都可以很容易地获得全局稳定性吗？

我们不应该过于情感用事，要尊重事实，应该科学对待“控制将死论”的出现。控制理论的很多问题都没有解决，然而现在却又少有学者研究控制理论，这难道不说明问题吗？

说到底，无论“控制将死论”是对是错，都说明了基于一阶状态空间方法的控制理论研究已经走过

辉煌，现在已经陷入深深的低谷，停滞不前了。不是没有问题做了，而是做不出实质性的推进了，而且这些悬而未决的问题还都极其重要！

3.3 距离控制科学皇冠上的明珠有多遥远?

Kalman 滤波、Lyapunov 方法、Bellman 动态规划和 Pontryagin 极大值原理都是关于状态空间方法最早期的成果。这些成果的意义是极其重大的，是划时代的！但卡尔曼滤波是针对线性系统提出的，后期向非线性系统推广的工作多半是基于线性化技术的。Lyapunov 方法所涉及的基本步骤是找到合适的 Lyapunov 函数。由于在很多情形下不一定能够找到所需的 Lyapunov 函数，因而无法给出系统稳定性的明确结论。此外，即使可以找到 Lyapunov 函数，通常也只能获得局部稳定性的结果，一般来讲难以实现一般非线性系统的全局镇定。Bellman 动态规划和 Pontryagin 极大值原理的情况相似，问题的求解都归结为非线性方程的求解。对于稍复杂的一些非线性系统而言是无法完成的。

后期也出现了一些基于一阶状态空间模型的非线性控制方法，如反步法、反馈线性化方法等，但这些都是针对特殊形式的系统或者满足各种条件的系统提出的。反馈线性化方法要求了很强的李导数条件，反步法只适用于一类三角结构的反馈型系统。

再看控制系统的能控性分析。这个问题本质上是和控制系统的镇定问题密切相关的，关于能控性的处理结果一定会直接影响镇定问题的解。可是，一阶状态空间方法中 Kalman 意义下的能控性定义依赖于系统的响应，只有在线性的情形才能给出有效实用的判据，因为线性系统的解是简单明了的。对于非线性系统，再用系统的响应来定义能控性注定是一个败笔，因为没有人能够给出一般非线性系统的解析解。在没有明确方向的情况下，人们不得不提出五花八门、各种各样的能控性定义，但这些工作基本上对镇定问题没有多少指导性意义，甚至还出现了系统能控但不存在镇定控制律的矛盾现象（另文详述）。

总之，在现有的一阶状态空间方法框架下，我们距离解决一般非线性系统的全局镇定问题，距离控制科学皇冠上的明珠，还极其遥远，只是隐约可见。

3.4 出路在哪里?

状态空间方法曾经很辉煌，20 世纪 60—70 年代针对线性系统的研究是很成功的。但随着时间的推移，人们开始处理越来越多的非线性问题，它就开始显得无能为力了，以至于出现今天这种停滞不前的局面。

人们会说，这就是现实，本当如此。非线性系统的全局镇定问题长期解决不了是正常现象，因为非线性问题太难了。但是，我们可曾思考过，我们的大方向正确吗？是不是我们自己把问题弄难了呢？我们解决非线性控制问题仍然沿用状态空间模型，这从根本上就可能是一个失误！用老虎钳拔牙，用鸟枪打飞机，想得到好效果怎么可能?

控制理论“在等待另一个黄金时代的再次出现”，但“机会不会来自对现有成熟理论的拓展”，这声音是对状态空间方法的彻底失望，是对颠覆性控制理论的强烈呼唤。

出路在哪里？——去走上世纪初就该走的路，通过建立一个面向控制的模型去解决控制问题！

古典频域控制理论不是很成功嘛！如果当初没有及时建立控制系统的频域模型，哪来今天应用如此广泛的古典频域控制系统设计方法?

但古典频域方法只适合线性系统，且以单变量线性系统为主。我们更需要建立的是一个面向控制的时域模型，基于这样一个模型去处理多变量系统，去处理非线性系统；基于这样一个面向控制的时域模型去建立一套全新的颠覆性控制理论。下面介绍的全驱系统方法就是这方面的一个尝试。

4 全驱系统引发的思考

4.1 什么是全驱系统?

全驱系统是那么一类系统，它们贵族般地存在，它们能力强大，与众不同，其基本的物理特征是其每一个自由度都受直接的控制作用。例如，机械臂的每个关节都安装了一个驱动电机；卫星的俯仰、偏航和滚动方向上都有驱动飞轮或者是控制力矩陀螺等等。

这个世界上存在许多全驱系统。由于牛顿定律、动量（矩）定理等物理定律的存在，这些全驱系统多以下述二阶系统的形式存在:

$$M(x,\dot{x},t)\ddot{x}+D(x,\dot{x},t)\dot{x}+K(x,\dot{x},t)x=u \tag{1}$$

其中的控制向量 u 是完全“暴露”的，广义质量矩阵$M(x,\dot{x},t)$是非奇异的。这类系统也常称为拉格朗日系统。

鉴于矩阵$M(x,\dot{x},t)$的可逆性，上述系统显然可以化为下述形式:

$$\ddot{x}=f(x,\dot{x},t)+B(x,\dot{x},t)u \tag{2}$$

这里的矩阵$B(x,\dot{x},t)=M^{-1}(x,\dot{x},t)$自然是可逆的。我们称这种特性为该系统（2）的全驱特性。

全驱系统具有其他系统无法比拟的控制特性：它的全驱特性允许我们设计这样的控制律

$$u=-B^{-1}(x,\dot{x},t)[A_1\dot{x}+A_0x+f(x,\dot{x},t)-v] \tag{3}$$

从而对消掉开环系统的所有动态特性（无论是线性还是非线性的），同时建立全新的期望闭环动态特性。即使在非线性系统的情况下，也能获得一个期望的定常线性闭环系统[1, 2, 4, 10]，自然实现了系统的全局指数镇定。

然而，一旦把高阶全驱系统化成一阶系统，全驱特性就不复存在了。可事实上，除了机器人领域的部分学者外，人们为了应用现有的状态空间理论和方法，几乎把所有这类全驱系统都转化成了一阶状态空间模型。本来一个简单的控制问题也就被复杂化了。当系统为非线性时，化成一阶状态空间模型描述后，应用 Lyapunov 设计方法还无法保证一定能够求得系统的镇定控制器，更谈不上能够获得一个期望的定常线性闭环系统了。

4.2 逆向思维

系统控制的核心问题是控制量的求取，不是状态的求取。全驱系统的全驱特性可以保证解析地求出系统的控制变量，为高阶全驱系统的控制提供了极大的便利，允许我们获得一个线性定常的闭环系统，实现全局指数镇定。不幸的是，这一巨大优势在过去的一个世纪里没有得到足够的重视。其背后的一个重要原因是：受物理概念的影响，全驱系统被认为是控制系统一个很小的部分，不值得广泛研究，因为这个世界上还存在着更多的欠驱系统，如柔性机械臂和挠性卫星等。

全驱系统如此之好，只可惜太少！如何才能改变这种局面呢？

当几乎所有的人都在将描述一个物理系统的数学方程化成一阶状态空间模型的时候，当几乎所有的人都沉浸在状态空间方法的深入研究的时候，我们破天荒地提出了下述两个问题。

问题 1. 全驱系统这一物理概念是否可以推广到高阶，且保证推广后的高阶全驱系统仍然具有和物理全驱系统同样的控制特性?

问题 2. 全驱系统概念经推广后，一个欠驱系统是否可以转化成一个高阶全驱系统，从而可以很方便地实现全局镇定?

幸运的是，我们得到了上述问题的答案。更重要的是，我们获得的答案居然是肯定的[1-13]。这就为控制理论研究开辟了一条“阳光大道”！

事实上，这种推广很简单，就是对于系统（2）的下述直接推广：

$$x^{(n)} = f(x^{(0\sim n-1)}, \zeta, t) + B(x^{(0\sim n-1)}, \zeta, t)u \tag{4}$$

其中矩阵$B(x^{(0\sim n-1)}, \zeta, t)$非奇异，且

$$x^{(0\sim m-1)} = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \vdots \\ x^{(m-1)} \end{bmatrix},\quad \zeta = \begin{bmatrix} x^{(0\sim m-1)}(t-\tau_1) \\ x^{(0\sim m-1)}(t-\tau_2) \\ \vdots \\ x^{(0\sim m-1)}(t-\tau_p) \end{bmatrix}$$

显然，ζ代表的是系统中的时滞项。这样的系统称为一个高阶全驱系统。基于系统（4）的全驱特性选取下述控制律

$$u = -B^{-1}(x^{(0\sim n-1)}, \zeta, t)\left(f(x^{(0\sim n-1)}, \zeta, t) + A_{0\sim n-1}x^{(0\sim n-1)} - v\right), \tag{5}$$

其中

$$A_{0\sim m} = [A_0 \quad A_1 \quad \cdots \quad A_m]$$

所得的闭环系统如下：

$$x^{(n)} + A_{0\sim n-1}x^{(0\sim n-1)} = v \tag{6}$$

显然，推广的高阶全驱系统仍然具有如此之好的控制特性：闭环系统仍然为线性定常的，且其闭环特征多项式仍然可以任意配置。

由此可见，一旦获得系统的高阶全驱系统模型，系统镇定问题便迎刃而解。特别地，我们证明了下

述各类状态空间系统都可以化为高阶全驱系统：

- 所有的能控线性系统[2,13]；
- 一类非线性系统能控标准型[1]；
- 所有可反馈线性化的非线性系统[1,13]；
- 非线性严反馈系统[1,5]；
- 广泛的一类非线性系统[4]。

反馈线性化和反步法是非线性控制中的两大方法。请问一种能够覆盖反馈线性化和反步法的方法的意义有多大？况且这种方法所能覆盖的还远不止于此。这其中的根本原因是方法论的转换！

过去百年来的一批批控制科学家们是何等的伟大。他们研究的问题是那么困难，他们的数学功底是那么深厚，他们所提出的理论是那么的深邃，令人叹服。试想，如果当初人们及时提出动态系统的全驱系统模型描述，今天的控制理论水平或者会有不同层次的发展！

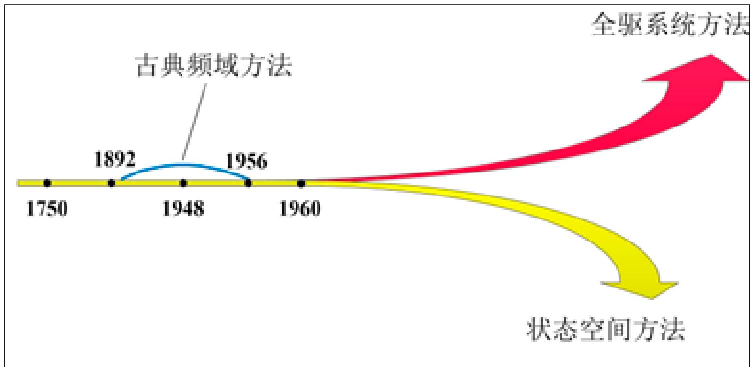
5 高阶全驱系统方法

众所周知，应用牛顿定律、拉格朗日方程、线动量和角动量定理、基尔霍夫电流和电压定律等诸多著名物理定律进行物理建模时，我们首先获得的是描述系统的一组二阶微分方程！

不仅这些，物体受迫振动的波动方程也是一个二阶微分方程，流体力学中的 Navier-Stokes 方程也是一个二阶微分方程……

我们称这些在机理建模中利用物理定律得到的方程为该系统的基础方程。很多情况下，这种基础方程本身就构成了一个二阶全驱系统！此时我们不禁要问：“为什么非要把这些系统的模型化成一阶状态空间模型？化过去，一旦有非线性就可能处理不了，为什么要多此一举，弄巧成拙呢？”

把二阶或高阶模型通过状态增广化成一阶系统模型的过程本质上就是数学上所谓的降阶法或变量增广法，它把高阶微分方程化为一阶微分方程。那么我们可不可以反过来呢？把一阶微分方程还原为二阶微分方程，甚至更高阶的微分方程呢？这就是对应的升阶法、变量消减法或消元法（图 2）。



状态空间方法：1750 (Euler); 1892 (Lyapunov); 1960 (Kalman)
古典频域方法：1932 (Nyquist); 1948 (Weiner); 1956 (Tsien)
全驱系统方法：2020

图 1 三类控制方法

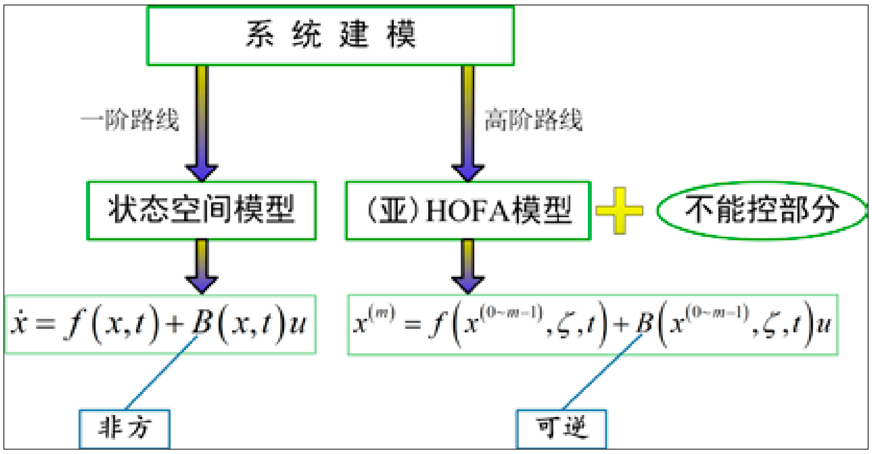


图 2 系统建模

降阶法或变量增广法使系统的阶次降低、变量增加、描述系统的方程个数增加，最终获得一个一阶系统，其中的（标量）方程的个数达到最多。相反，升阶法或变量消减法使系统的阶次增加、变量减少，描述系统的方程个数减少。那么最终的系统阶次可以高到多少呢？描述系统的方程个数又可以少到多少呢？答案是直到描述系统的方程个数少到我们获得一个高阶全驱系统模型（存在更加复杂的情况，详见参考文献[10]）。

当“全驱”这一物理概念被一般化（数学化）时，欠驱系统可以通过升阶消元化为高阶全驱系统。因此，高阶全驱系统几乎能够描述所有的非线性控制系统，构成动态系统的面向控制的数学模型（Model for Control）。我们长期深深陷于一阶状态空间方法的研究，自然看不透这一点，也认识不到全驱和欠驱可以相互转化这一重要事实。

基于系统的高阶全驱系统模型来进行系统分析和设计的方法就是高阶全驱系统方法。从它诞生的那一刻起，就让我们触及了控制科学的皇冠——针对状态信息完全已知、完全能控的确定性系统获得了全局镇定问题的解[1, 2, 4-13]。全驱系统方法的优点有很多、很强大（另文述之），单就上述这一点，已是状态空间方法远不能及的了。

关于高阶全驱系统方面的工作，我们还针对具有非线性不确定性的系统设计了鲁棒控制律[6,8]，针对具有未知参数的系统设计了自适应控制律[7,8]，均得到了全局稳定的结果。另外，还将严反馈系统推广到了高阶的情形[5]，并提出了关于鲁棒控制和自适应控制的高阶反步法[6,7]。论文[9]和论文[11]分别研究了高阶全驱系统的抗干扰设计和最优控制问题，论文[12]讨论了高阶全驱系统的广义 PID 控制和模型参考跟踪控制问题，论文[13]则建立了离散高阶全驱系统理论的基础知识。

6 几点说明

前述高阶全驱系统（4）还可以推广到下述非仿射的形式：

$$x^{(m)} = f(x^{(0\sim m-1)}, \zeta, t) + g(x^{(0\sim m-1)}, \zeta,\ u,\ t)$$

此处函数$g(x^{(0\sim m-1)}, \zeta,\ u,\ t)$是关于控制向量 u 的微分同胚。除此之外，该系统还有下述多阶次的推广形式：

$$\begin{bmatrix} x_1^{(n_1)} \\ x_2^{(n_2)} \\ \vdots \\ x_m^{(n_m)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1\left(x_k^{(0\sim n_k-1)}\Big|_{k=1\sim m}, \zeta, t\right) \\ f_2\left(x_k^{(0\sim n_k-1)}\Big|_{k=1\sim m}, \zeta, t\right) \\ \vdots \\ f_m\left(x_k^{(0\sim n_k-1)}\Big|_{k=1\sim m}, \zeta, t\right) \end{bmatrix} + B(x_k^{(0\sim n_k-1)}\Big|_{k=1\sim m}, \zeta, t)u$$

其中

$$x_k^{(0\sim n_k-1)}\Big|_{k=1\sim m} = \begin{bmatrix} x_1^{(0\sim n_1)} \\ x_2^{(0\sim n_2)} \\ \vdots \\ x_m^{(0\sim n_m)} \end{bmatrix}$$

值得说明的是，全驱系统方法不排斥状态空间方法。状态空间方法在线性系统方面的结果很完备，而全驱系统方法可将非线性控制问题转化为相应的线性控制问题。转换后的问题刚好用状态空间方法中的线性系统理论来解决（对此我们后续讨论）。因此二者是相辅相成的。

另外需要指出，本文主要在于阐述基本观点和思想，不追求文本表述的严格性。有关概念、结论和符号等的严格定义请见参考文献[1-13]。

7 结束语

继古典频域方法之后，状态空间方法在自动控制领域统治了半个多世纪，如今从辉煌走向艰难。作为控制学人，我们大都在情感上不愿意接受这一事实。然而，事实毕竟是事实。不同的方法论在解决问题上的差异可以很大，这是科学规律。

从状态空间方法到全驱系统方法的改变，就是方法论上的改变，就是整个控制学科的根本性改变，所带来的变化将是全面的、巨大的、迅猛的。希望国内控制界人士和机构能够大力支持这一原创性理论的研究，希望广大青年学者能够积极投身于这一原创性理论的研究。相信在不远的将来，高阶全驱系统方法在解决非线性控制系统分析、设计和应用等方面的问题上会显示出其巨大的优越性。

8 致谢

感谢南京理工大学邹云教授、北京大学王龙教授和英国 Brunel 大学王子栋院士所提的有益建议。

参考文献

[1] 段广仁. 高阶系统方法— I. 全驱系统与参数化设计 [J]. 自动化学报, 2020, 46(7): 1333–1345.

[2] 段广仁. 高阶系统方法— Ⅱ. 能控性与全驱性 [J]. 自动化学报, 2020, 46(8): 1571–1581.

[3] 段广仁. 高阶系统方法—III. 能观性与观测器设计 [J]. 自动化学报, 2020, 46(9): 1885–1895.

[4] Duan G R. High–order fully actuated system approaches: Part I. Models and basic procedure [J]. Int. J. Systems Science, 2021, 52(2): 422–435. DOI:10.1080/00207721.2020.1829167.

[5] Duan G R. High–order fully actuated system approaches: Part II. Generalized strict–feedback systems [J]. Int. J. Systems Science, 2021, 52(3): 437–454. DOI:10.1080/00207721.2020.1829168.

[6] Duan G R. High–order fully actuated system approaches: Part III. Robust control and high–order backstepping [J]. Int. J. Systems Science, 2021, 52(5), 952–971. DOI: 10.1080/00207721.2020.1849863.

[7] Duan G R. High–order fully actuated system approaches: Part IV. Adaptive control and high–order backstepping [J]. Int. J. Systems Science, 2021, 52(5), 972–989. DOI: 10.1080/00207721.2020.1849864.

[8] Duan G R. High–order fully actuated system approaches: Part V. Robust adaptive control [J]. Int. J. Systems Science, 2021, 52(10), 2129 –2143. DOI: 10.1080/00207721.2021.1879964.

[9] Duan G R. High–order fully–actuated system approaches: Part VI. Disturbance attenuation and decoupling [J]. Int. J. Systems Science, 2021, 52(10), 2161–2181. DOI: 10.1080/00207721.2021.1879966.

[10] Duan G R. High–order fully–actuated system approaches: Part VII. Controllability, stabilizability and parametric designs [J]. Int. J. Systems Science, 2021, 52(14), 3091–3114. DOI:10.1080/00207721.2021.1921307.

[11] Duan G R. High–order fully–actuated system approaches: Part VIII. Optimal control with application in spacecraft attitude stabilization [J]. Int. J. Systems Science, 2021. DOI:10.1080/00207721.2021.1937750.

[12] Duan G R. High–order fully–actuated system approaches: Part IX. Generalized PID control and model reference tracking [J]. Int. J. Systems Science, 2021 DOI:10.1080/00207721.2021.1970277.

[13] Duan G R. High–order fully–actuated system approaches: Part X. Basics of discrete–time systems [J]. Int. J. Systems Science, 2021 DOI:10.1080/00207721.2021.1975848.

【作者简介】段广仁，中国科学院院士，中国自动化学会会士，IEEE Fellow, IET Fellow；1991 年任哈尔滨工业大学教授，现为哈尔滨工业大学控制理论与制导技术研究中心名誉主任、南方科技大学控制理论与技术研究中心主任；是国家杰出青年基金获得者、长江学者、教育部长江学者创新团队项目负责人，在国家自然科学基金委的创新群体、重大项目和基础科学中心项目负责人、国家某重大专项基础研究重大合同项目负责人。现（曾）任中央军委科技委国防科技专家、国务院学位委员会第八届控制科学与工程学科评议组召集人、国家 863 计划专家组成员、航天科技集团五院国防科技重点实验室第一、二届学术委员会委员、教育部科技委信息学部委员、中国自动化学会常务理事和国内外重要学术刊物编委等职。作为第一完成人获得国家自然科学二等奖 2 项，另获第四届中国青年科技奖、中国自动化学会控制理论专业委员会杰出贡献奖和全国优秀科技工作者称号；发表 SCI 论文 340 余篇，出版英文著作 3 部，出版的一部中文著作获得两项国家级图书奖励；培养全国优秀博士学位论文获得者 2 人，培养的博士生中已有学生成长为国家优青、IEEE Fellow、长江学者、国家杰青和中国工程院院士。主要研究方向有控制系统的参数化设计、鲁棒控制、非线性控制和航天器控制等。