

论道法自然与 全状态反馈控制系统之关系

山野蛮人 香港中文大学机械与自动化工程系
新加坡国立大学电子与计算机工程系

【摘要】本文尝试用全状态反馈系统来诠释圣人老聃（见图 1）在他不朽的传世之作《道德经》^[1]第二十五章中所阐述的“人法地，地法天，天法道，道法自然”的宇宙定律。

山野蛮人在他最近所谓的游记“阿拉斯加”^[2]之结尾中写到：“大至天地万物，细如芸芸众生，究其宗者，在圣人老聃看来本质上也不过是一条短短的四阶积分链：“人法地，地法天，天法道”，始于道、终于人。而主宰这条积分链的控制系统也颇为简单，即老子所说的“道法自然”，一个全信息反馈的控制器。所谓的“大道至简”！”本文尝试揭示老子这宇宙定律与全状态反馈控制系统的关系。



图 1 老子

为了数学表达方便起见，我们令

$$x_{\text{ren}} = \text{人}, x_{\text{di}} = \text{地}, x_{\text{tian}} = \text{天}, x_{\text{dao}} = \text{道} \quad (1)$$

那么,“人法地,地法天,天法道”意指

$$\dot{x}_{\text{ren}} = x_{\text{di}}, \quad \dot{x}_{\text{di}} = x_{\text{tian}}, \quad \dot{x}_{\text{tian}} = x_{\text{dao}} \quad (2)$$

或可用以下矩阵状态方程式来表示:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_{\text{ren}} \\ \dot{x}_{\text{di}} \\ \dot{x}_{\text{tian}} \\ \dot{x}_{\text{dao}} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_{\text{ren}} \\ x_{\text{di}} \\ x_{\text{tian}} \\ x_{\text{dao}} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad (3)$$

方程式(3)式是一个典型的四阶积分链系统。为了方便起见,我们令

$$x = \begin{pmatrix} x_{\text{ren}} \\ x_{\text{di}} \\ x_{\text{tian}} \\ x_{\text{dao}} \end{pmatrix} \quad (4)$$

为动态系统(3)的状态变量,其中 x 包含人、地、天和道,即自然界中的天地万物或所谓的自然。由此可见,老子所说的“道法自然”即是一个全状态反馈的控制器:

$$\dot{x}_{\text{dao}} = u = f(x) \quad (5)$$

由于老子推崇“大道至简”,故方程式(5)中的控制器应为一个常数静态反馈,一个最为简单的控制系统,即

$$\dot{x}_{\text{dao}} = u = Fx \quad (6)$$

另动态系统(3)的极点都在原点,要让系统(3)稳定,我们必须设计一个合适的控制器(6)来镇定系统(3)。根据老子的无为无不为之哲学思想,可以推断要使自然系统(3)稳定,我们只需一个小增益反馈控制器让闭环系统的极点由原点稍微往左半平面移动 ε 就足够了,即所谓的“无为而治”。

以下,我们根据巴特沃斯的极点模式^[9](符合所谓的自然)设计一款这样的控制器。四阶的巴特沃斯极点模式的特征多项式为:

$$B_4(s) = (s^2 + 0.7654s + 1)(s^2 + 1.8478s + 1) = s^4 + 2.6132s^3 + 3.4143s^2 + 2.6132s + 1 \quad (7)$$

其特征根的模式如图2所示:

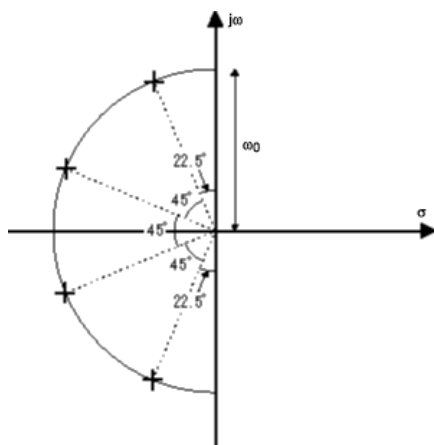


图 2 四阶的巴特沃斯极点模式

由此，我们可以得出如下静态反馈控制器增益：

$$F_B = -[\varepsilon^4 \quad 2.6132\varepsilon^3 \quad 3.4143\varepsilon^2 \quad 2.6132\varepsilon] \tag{8}$$

或确切地说，“道法自然”的数学表达式：

$$\dot{x} = u = F_B x = -[\varepsilon^4 \quad 2.6132\varepsilon^3 \quad 3.4143\varepsilon^2 \quad 2.6132\varepsilon] \begin{bmatrix} x_{ren} \\ x_{di} \\ x_{tian} \\ x_{dao} \end{bmatrix} \tag{9}$$

或根据林氏低增益反馈理论^[4]，将闭环系统的极点设定在原点往左平移 ε （见图 3），

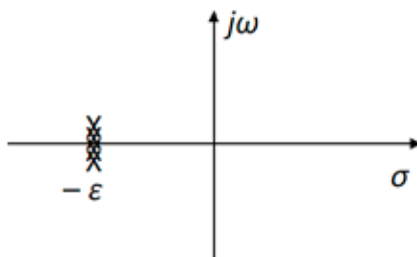


图 3 林氏低增益反馈极点模式

我们得到

$$F_L = -[\varepsilon^4 \quad 4\varepsilon^3 \quad 6\varepsilon^2 \quad 4\varepsilon] \tag{10}$$

以及“道法自然”的数学表达式：

$$\dot{x}_{\text{dao}} = u = F_L x = - \begin{bmatrix} \varepsilon^4 & 4\varepsilon^3 & 6\varepsilon^2 & 4\varepsilon \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_{\text{ren}} \\ x_{\text{di}} \\ x_{\text{tian}} \\ x_{\text{dao}} \end{pmatrix} \quad (11)$$

从以上几个数学表达式可以推出，无论用的是什么方法，在天地万物的宇宙系统框架之下，作为积分链最末端的人，其作用是如此渺小的（ ε^4 ）！话说回来，人的贡献虽然渺小，但若缺少了这部分的小小贡献或其贡献改变了方向，整个世界就乱了套（你懂的），不过最先倒霉的还是人！

总而言之，言而总之，本文纯属自娱自乐无聊之作，所阐述的论点跟现今发表在诸多刊物上的文献一样，都是无中生有，一派胡言！

林子大了，什么鸟都有！

参考文献

- [1] 李耳，道德经，世界各地出版社，公元前.
- [2] 山野蛮人，阿拉斯加游记，<http://www.mae.cuhk.edu.hk/~bmchen/west/alaska/alaska.html>, 2018.
- [3] S. Butterworth, On the theory of filter amplifiers, *Wireless Engineer*, vol. 7, pp. 536–541, 1930.
- [4] Z. Lin, *Low Gain Feedback*, Springer, London, 1999.