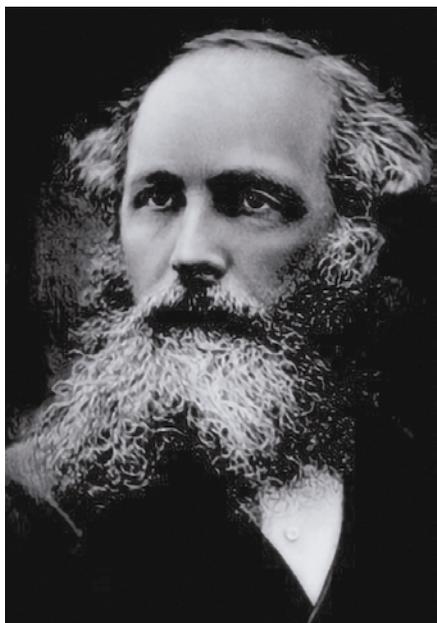


麦克斯韦与控制论及系统稳定性

陈关荣 香港城市大学



J. Clerk Maxwell

图1 麦克斯韦

今年（2019年）11月5日是麦克斯韦逝世140周年纪念日。

詹姆斯·克拉克·麦克斯韦（James Clerk Maxwell，见图1）1831年6月13日出生于苏格兰爱丁堡。他是一位伟大的数学物理学家，是经典电动力学的创始人和统计物理学奠基人之一。他最具代表性的贡献是建立了“场论”，把电、磁、光三者统一为电磁场论，并建立了今天称为麦克斯韦微分方程组的数学模型，还预言了电磁波的存在。

据说，爱因斯坦的书房里挂着三个人的肖像：牛顿、法拉第和麦克斯韦。事实上，爱因斯坦在1931年纪念麦克斯韦100周年诞辰的文集中写道：“自从牛顿奠定理论物理学的基础以来，物理学公理基础最伟大的变革是由法拉第和麦克斯韦在电磁现象方面的工作所引起的。”他评说道：“这伟大的变革是同法拉第、麦克斯韦和赫兹的名字永远联系在一起的。而这变革中的极大部分来自麦克斯韦。”这足以说明麦克斯韦的超凡。在麦克斯韦的诸多科学贡献中，我们特别感兴趣的是他在控制理论、反馈设计和系统稳定性方面的创造性思维和新颖方法。

1948年，当维纳（Norbert Wiener, 1894-1964）考虑为一个新领域定名时，他想起了麦克斯韦：“我们已经决定了为整个控制和通信领域起一个名字，不管涉及到机器还是动物，就叫做Cybernetics，它来自希腊文kubernetes，即掌舵人。在选择这个词的时候，我们应当追溯到克拉克·麦克斯韦1868年发表的第一篇论述反馈机制的重要论文，那是关于调速器（Governor）的，而这一名词就是从kubernetes的拉丁文演绎出来的。”

维纳提到的麦克斯韦的那篇论文，题目是“论调速器”（On Governors），发表在Proceedings of the Royal Society, Vol. 16, pp. 270-283, 1868。文中指出：“一部带调速器的机器通常在有扰动的情況下仍然能以均匀的方式运动，其中扰动是多种组成部分的运动的综合。这些组成部分大概可以分为四类：（1）扰动连续性地增长；（2）扰动连续性地衰减；（3）扰动以幅度连续增长的方式振荡；（4）扰动以幅度连续减少的方式振荡。上面第一和第三种情况与运动的稳定性是不相容的；第二和第四种情况则与良好的调速器兼容。这一条件在数学上等价于某个方程所有实根和复根的实部均为负数。”在这篇文章中，麦克斯韦采用了非线性系统的线性化处理，引入了运动稳定性的概念，并给出了低阶系统稳定性的判别条件。1876年，俄罗斯学者Ivan Alekseyevich Vyshnegradsky (1832-1895) 独立地给出了类似的稳定性条件。麦克斯韦在上述论文中作了一点说明：“我尚未能完全确定高于三阶方程的条件，但希望这个研究题目会引起数学家们的注意。”这个高阶多项式稳定性问题到1877年有了判别条件：劳斯（Edward John Routh, 1831-1907）参加名为“动力学稳定性”的科学竞赛，以题为“A Treatise on the Stability of a Given State

of Motion”的论文赢得了由英国剑桥大学1848年设立、由该校数学学院颁发的亚当斯奖（Adams Prize），文中他给出了我们今天熟知的劳斯判据。此后，系统稳定性研究获得迅速发展。

作为物理学家的麦克斯韦为什么热衷于研究系统控制呢？尽管系统控制也属于物理范畴，这事还得从调速器所伺服的蒸汽机谈起。

世界上最早的蒸汽机雏形可以追溯到古希腊数学物理学家希罗（Hero of Alexandria）在公元一世纪发明的汽转球（Aeolipile）。当然，或许更早一点，维特鲁威（Vitruvius）在《建筑十书》（De Architectura）中已提到一种带小开口的黄铜容器，注入水后再用火烧便会产生蒸汽，他称之为“*æolipylæ*”。无论如何，希罗的《气体力学》（Pneumatics）详细地描述了汽转球的结构和工作原理，它由一个空心球和一个装有水的密封锅子以两条空心管连接在一起，当在锅底加热使水沸腾时，锅中的蒸汽就通过管子进入球中，最后蒸



图2 希罗的汽转球

汽会由球体的两旁喷出从而推动球体旋转（见图2）。

现代意义下的蒸汽机要等到17世纪才诞生。1679年，法国物理学家丹尼斯·帕潘（Denis Papin, 1647-1712）打造了第一台蒸汽机的工作模型(Steam Digester)。之后，英国三位工程师，托马斯·塞维利（Thomas Savery, 1650-1715）于1698年、托马斯·纽科门（Thomas Newcomen, 1663-1729）于1712年和詹姆斯·瓦特（James von Breda Watt, 1736-1819）于1769年分别设计和改良出早期的工业蒸汽机。其中瓦特的伟大贡献是改进了惠更斯（Christiaan Huygens, 1629-1695）的设计而制造出了更实用的离心调速器（Flyball governor, 1788，见图3），使蒸汽机的效率大大提高，从而得到迅速推广。1807年，美国工程师罗伯特·富尔顿（Robert Fulton, 1765-1815）成功地给远航轮船装上了驱动蒸汽机，不过那是后话。瓦特的离心调速器一直运作得很好，那时英国约有75000个离心调速器在工业界使用。后来蒸汽机速度提高了，调速器频繁地出现不稳定状况，以致不能工作甚至导致机器损毁，让所有的工程师绞尽脑汁却一筹莫展。

机械应用研究在这种困难时刻通常都会求助于数学家和物理学家。麦克斯韦的参与适逢其时。也许是经过多年的研究（我们不得而知），他发表了上述著名论文“论调速器”（On Governors），为瓦特离心调速器的改进和使用提供了严格坚实的数学基础。

麦克斯韦那个时候还表达了今天我们熟知的比例和积分控制器的基本思想。

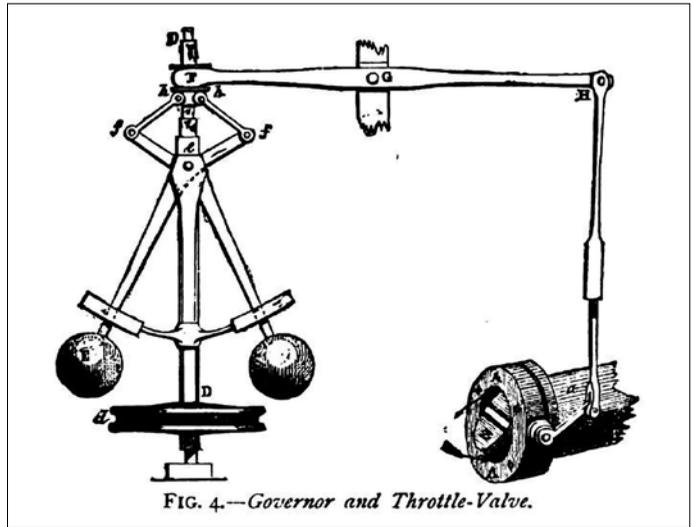


图3 瓦特设计的 Flyball离心调速器

他在这篇文章中描述：“大多数调速器依赖于与转轴相连的一块机器部件的离心力。当速度增加时，该离心力便增加，它或者增加在该部件表面的压力，或者将该部件移离，从而起到刹掣或阀门的作用。”他指出：“但如果离心力作用在该部件，而不是直接作用在机器上，那么就可以有一个设计，只要运动速度高于某个正常值，就会不断地增加阻力，而在速度低于该值时则反转其作用，使得无论在驱动或阻力方面发生任何变化（在机器的工作范围内），这个调速器都会将速度引导到同一个标准值。”文中他把只有比例控制的调速器称为Moderator，而把具有比例及积分控制的调速器称为Genuine governor。

麦克斯韦的文章分析了三种调速器。第一种，离心力部件与轴的距离保持不变，但它在摩擦表面上的压力随着速度的变化而变化。第二种，离心力部件可以自由地离轴移动，但它受到一种力的限制使得该力的强度随离心部件的位置变化而变化，因此如果旋转速度具有正常值，则离心力部件在每个位置都处于平衡状态。第三种，液体被泵出并被抛出旋转杯的两侧。杯子通过螺钉和弹簧以其轴线连接。如果轴的旋转在杯子之前，则杯



图4 土星环

子下降同时泵进更多液体。如果这种调整可以做得完美，那么在适当的驱动力范围内，杯子就能保持正常旋转速度不变。麦克斯韦接着指出，“在某些条件下，机器里突发的扰动并不会经过差速系统去影响调速器，或者反过来。当这些条件都满足时，其相应的运动方程不但简单，而且运动本身不会导致机器与调速器相互作用而产生的扰动。”

麦克斯韦1868年的这篇论文第一次给出了明确的稳定性数学条件，并指出如何去设计调速器以满足这些条件。另外，尽管麦克斯韦的文章没有用“反馈”（Feedback）二字，容易看出，他的文章自始至终贯穿着反馈的思想和方法。事实上，他研究的主题调速器就是一个典型的反馈控制器。

作为物理学家，麦克斯韦也致力于研究天体系统特别是土星环（见图4）的稳定性。

伽利略是第一个通过望远镜看到土星环的天文学家，而拉普拉斯则是第一个研究土星环稳定性的数学家。拉普拉斯的结论是，如果这些环是

固态的话，它们一定是由大量的非常小的环组成，并且每个小环以特定的速度围绕土星旋转。

麦克斯韦假定土星环并不是固态的，由此研究了环上非刚性小块横截面上动力扰动的效果。他发现，为了保证环面的稳定性，这环必须有足够的非均匀性。他说：“我们可以更有把握地得出如下结论：如果这些环是固态和均匀的话，它们的运动就会是不稳定的，因而它们就会被破坏；但它们并没有被破坏，而且它们的运动很稳定，故此它们要么是不均匀的、要么是非固态的。我并没有发现拉普拉斯或者近代数学家们对此有过任何研究。”他指出：“在本文中我已经证明了这种现象的确存在，但都是通过环的演变转化为稳定性的动力学条件。”接下来，他描述了这种运动状态的变换，然后考虑了如果稳定性条件不满足，土星环将如何破裂成无数小颗粒，变成“流星雨、土尘或者灰烬”，并且给出了为维持整体稳定性土星环应有的平均密度。“力学理论分析的最后结果是”，他总结道，“唯一能够存在的环是由无数互不连接的小颗粒组成，它

们围绕着土星按各自的不同距离以不同的速度运行和演化。”

麦克斯韦以他的论文“On the Stability of the Motion of Saturn's Rings: An Essay”（后来以书出版，MacMillan and Co., 1859）赢得了1856年的亚当斯奖，奠定了他作为最伟大的数学物理学家的崇高学术地位。

作为理论物理学家和数学家的麦克斯韦也十分重视实证研究，常常亲自动手做各种实验。1874年，他在剑桥大学负责筹建了后来被誉为“诺贝尔物理学奖获得者摇篮”的卡文迪什（Cavendish）实验室，并担任实验室主任，直到1879年跟他母亲一样病逝于胃癌。天妒英才，只让他享年48岁。图5为英国爱丁堡的麦克斯韦雕像。

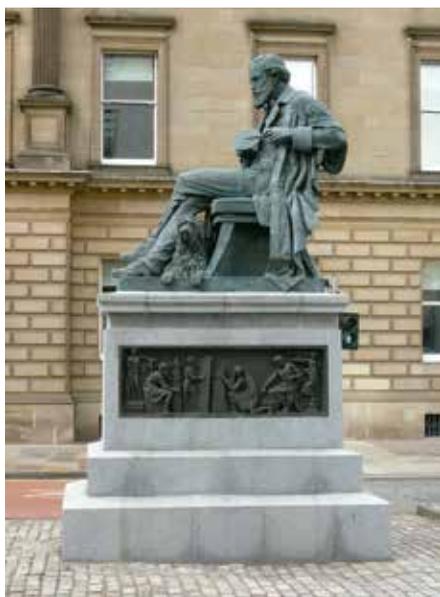


图5 爱丁堡乔治街的麦克斯韦雕像