“流”的探索

张江　北京师范大学系统科学学院

一、流动与幂律

流动是复杂系统中的普遍现象之一，从看得见的流动，例如：水流、人流；到看不见的流动，如：电流、能量流、热流；再到更加抽象的：货币流、信息流等等，似乎如果一个系统是复杂的，它的内部就一定存在着各种流动。那么是否存在着某个普遍的规律制约着这些流动呢？答案应该是肯定的，虽然这种规律仍然“犹抱琵琶半遮面”，但是近年来有关生态学、非平衡态统计物理的研究已经逐渐逼近它，各种迹象表明，一种统一的可以描述复杂系统中“流动”现象的通用规律即将“横空出世”。我们为什么会衰老和死亡？大象为什么比蟑螂吃得多而繁殖得少？少数大公司为什么能垄断市场？城市的交通网络为什么与动物体内的血管那么相似？也许这些问题最终都能在这套新理论中找到答案。本文的目的就是想引领读者赶上复杂性研究前沿的步伐，亲身体验这些激动人心的科学发现。

假设你是一个公司的老板，正在运营一家拥有 M 亿元固定资产的企业，那么，你要保证每个月净盈利多少亿 F 才能使你的企业能够维持下去？很显然，这个问题取决于你这个公司每个月烧多少钱。由于每个月你都需要给你的员工开工资、需要交房租、需要购买新的电脑，那么这些花费的总和一定是一个与 M 有关的量。一般来说，M 越大，公司每个月的花费 F 也越大，你需要为更多的人开工资、需要维护更昂贵的计算机设备，因此每个月公司需要赚取的净盈利也就越大。那么 F 和 M 究竟存不存在着某种数量关系呢？

不要着急回答这个问题，让我们先来看看大自然。大自然有各种各样的物种，每个物种都有着不同的重量。同时每个物种都需要新陈代谢，它们需要不停地从外界环境获取能量资源

以维持自身的生命。如果设一个物种的平均重量是M，它的新陈代谢量是F，那么一般来说M越大F也越大。大象要维持生存一天总要比老鼠吃的多得多。

对比这两个问题，我们会发现它们有着下面的类比关系：

公司<->物种

固定资产<->平均重量

每月的净盈利<->新陈代谢

货币<->能量

广义上说，这样的问题属于一种流量和存量的问题。由于公司的月盈利以及生物的新陈代谢都是一种流量，而固定资产和生物的重量都是一种存量。公司或者生物需要进行广义的新陈代谢从外界获取资源而转化成内部的存量。我们可以形象地用下图 1 表示这个关系：

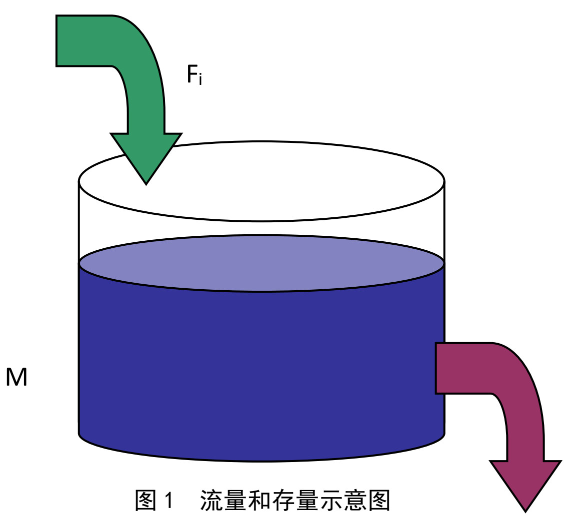


图 1　流量和存量示意图

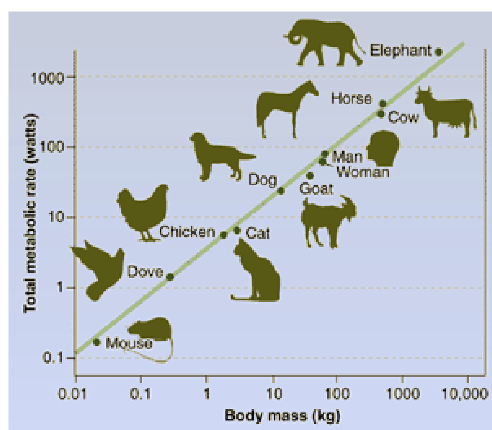


图 2　生物体新陈代谢和重量的关系

物种和公司就好比是这个大水缸，只不过一个存的是钱，另一个存的是能量。由于这个存量 M 会由于热力学第二定律（无序度持续增加）而不断地衰退，也就是说这个水缸是漏的，每时刻都有一个流出F_0，例如公司要计算各种固定资产的折旧费、生物则会因为新陈代谢而不断消耗着能量，因此，它需要不断补给流入F_i以维持M。当$F_i = F_0$的时候，系统的流入和流出平衡了，M就是不变的了。我们称这种状态为稳衡态（steady state），即一种动态之中的平衡。

神奇的数字 3/4

下面，我们来具体探讨存量 M 究竟和流量 F 是一种什么关系。最早发现 M 与 F 之间存在着明确关系的是在生物界。1932 年，一个叫 Max Kleiber 的生物学家对各种鸟类、哺乳类动物的尺寸 M 与新陈代谢 F 之间的关系进行了测量，并将它们的对数值画到一张图中，发现所有的数据点都排列到了一条直线上，如图 2 所示。

这说明，F 与 M 之间的确存在着一种幂律关系，也就是 $F = F_0M^b$，其中 F_0 和 b 都是常数。经测量发现，这个直线的斜率 b 接近于 3/4 这个数。这个关系后来又被 Brody 证实，小到老鼠，大到大象，新陈代谢和生物体重量之间的关系都符合确定的关系式：

$$F = F_0M^{3/4}$$

其中，F_0 是一个与 M 无关的常数。随后，Hemmingsen 又将这个结论扩展到了更多的物种，小到单细胞生物大到白鲸，它们的新陈代谢和生物量的关系都服从幂律分布：

$$F \sim M^{3/4}$$

~这个符号的意思是指 F 和 $M^{3/4}$ 成比例。虽然对于不同的物种集合来说 F_0 有可能不同，但是指数 3/4 却都是一样的。因为对于生物来说，它的体积是与重量成正比的，所以，这个关系也表达了新陈代谢和体积 V 的关系：

$$F \sim V^{3/4}$$

仔细分析这个公式发现，它符合我们的直觉，即越大的生物体需要更大量的能量来维持自己的新陈代谢。一头大象显然要比一只老鼠吃得多。其次，这个公式也有反直觉的一方面。一般我们普遍认为 F 与 M 是一种正比的关系即 $F \sim M$。这样，当生物体体积增长 10000 倍的时候，它的新陈代谢也同样增长 10000 倍。然而，根据 $F/M \sim M^{3/4}$，事实却是当生物体增长 10000 倍，它的新陈代谢却仅仅增长 1000 倍，要小于线性增长的关系。因此，生物体为了维持每单位体积所需要的新陈代谢的能量是 $F/M \sim M^{-1/4}$，反而会随着体积的增大而减小。因此，大象比老鼠能够更有效率利用吸收来的能量，即越大越好，所以 3/4 律蕴含了一种“规模效益”[1]。

异速生长标度定律

当我们有了 3/4 律，还可以得到更多有意思的推论。因为我们可以把生物体理解为一个

盛水的水缸，新陈代谢作为一种流动不断更新这个水缸里面的水。那么，我们考虑一单位新陈代谢吸收的能量会在水缸中平均逗留多长时间而被排出。经过很简单的计算可以得出，这个时间大概是：

$$T = M / F \sim M / M^{3/4} = M^{1/4}$$

即与重量呈 1/4 的幂律关系。经过试验验证人们发现，生物体的各种时间量，例如寿命、发育时间、怀孕时间都与它的重量的 1/4 成正比。因为时间的倒数就是频率，因此，不难推论生物的各种频率（即快慢程度），如：心跳频率、出生率、死亡率（出生率与死亡率是针对整个种群而言的）都与 M 呈-1/4 的幂律关系，即：

$$Q \sim M^{-1/4}$$

这里面的 Q 是生物的任何一种“频率”。这也就是说个头越大的生物，它的一切活动就会显得越慢，个头越小的则一切活动都越快。这很符合我们的经验观察：小老鼠喜欢不停的跳来跳去的，而大象则移动身躯都很费劲。

生命是什么？自从物理学家薛定谔在 1950 年代提出这个问题以来就一直困惑着科学家们。而按照新的流动理论，也许我们可以用下面的类比来理解生命。

设想一股水流顺势而下，如果地形非常平坦，水面上的流动波纹将会非常均匀。这个时候如果水流遇到了一块小石头，就会在石头周围分开，而在石头后面形成一些漩涡（图 3）。这些漩涡在顺水而下的同时先是会逐渐成长、壮大，长到一定尺寸的时候开始慢慢消失。

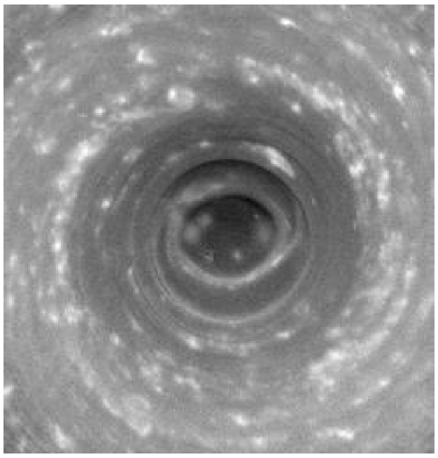


图 3　漩涡

也许生命就好比能量流之中由于某种涨落而引起的漩涡。漩涡可以增长但最终也必然会消失。漩涡的增长与消失对应了生物的出生和死亡，因此很有可能关于生物寿命的理论就存在于这种类比之中。但是无论怎样，漩涡也不过是一种更快的释放能量的途径而已。

上面的水缸比喻实际是一个生物体能量利用的简化版本，生物体吸收能量之后不仅仅能维持生存，而且还能进行运动、捕食、生育后代、学习文化知识，这些活动都需要消耗能量，因而，水缸之中的水流动就会得到一幅更复杂的生物体内能量流图：

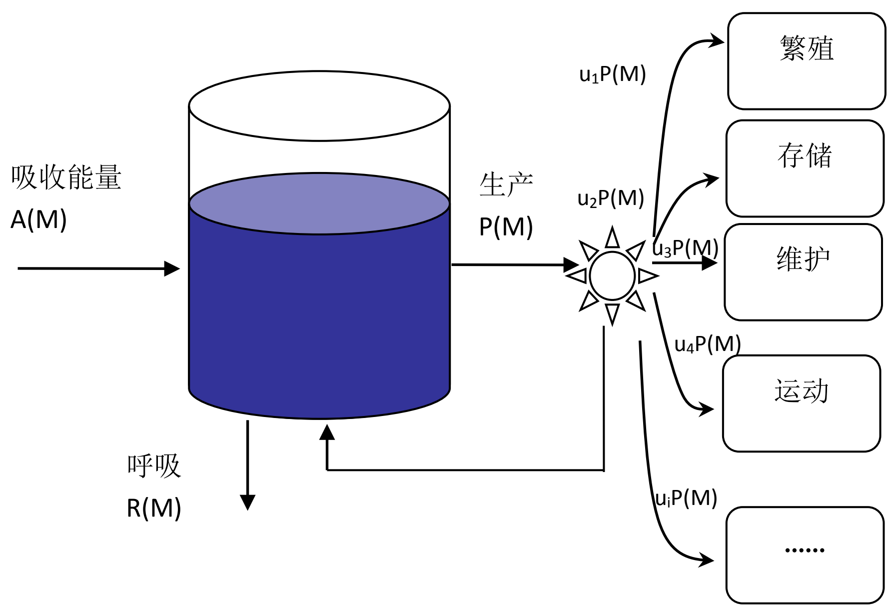


图 4 生物体能量流图

这幅图表示的含义是：生物体从环境吸收到一定的能量作为总的能量输入，其中有相当一部分是通过呼吸作用燃烧能量转化成废热而排出体外。还有一部分能量则因为生产活动而创造出一些对生物体自身有意义的做功输出，例如繁殖、存储（转化成一些储备能量的生物物质，如脂肪）、维护（替换掉身体中的一些坏掉的部件）、运动（捕食活动等），……。由于生物的生产能量部件的都能转化成有用功，因此还有相当一部分能量又重新回流到了生物体内。我们知道，任何一种消耗能量的活动都不能做到百分之百的能量利用效率，因此都会产生废热，所有活动的废热都由呼吸作用由体表排出体外了。

值得注意的是，这些流量都与生物体的重量（尺寸）呈 3/4 幂律关系，也就是说 $F \sim M^{3/4}$ 中的 F 是生物体内的一种能量的利用。所以生物体进行生产的能量 $P \sim M^{3/4}$，这部分能量会

被生物分成不同的比例作为各种用途使用。因此比例$u_1, u_2, \cdots, u_i$针对不同的生物体来说是不同的，它们反映为生物体为了适应环境而演化出来的不同投资策略。例如有的生物专门投资到繁殖这部分，那么这种生物就表现出非常强的繁殖能力（如蟑螂）。而有的则专门投资到运动部分，那么它就表现出非常快的奔跑速度（如猎豹）。但是，所有这些投资都不能任意地增长，它们都会有一个上限，这个上限主要是由它的重量（或体积）决定的。所以，猎豹再进化也不可能进化出接近光速的奔跑速度来。

需要指出的是，这里面提到的各种幂律关系都是针对不同物种求平均值得到的统计数据而言的。因而，它不一定适用于同一个物种中的不同个体。因此，我们并不能得出结论，根据寿命和体积的幂律关系$T \sim M^{1/4}$，越胖的人寿命越长。对于不同的人来说，自然寿命可能由各种因素决定，但是对于整个人类来说，寿命数值和体积数值是固定的，这两者服从一种幂律关系。

前面讲的各种幂律分布关系（无论是 3/4 还是 1/4，-1/4）都是针对个体生物而言的，那么对于生物群体来说是否也存在着类似的幂律关系呢？答案是肯定的。前面已经提到了，种群的出生率和死亡率都与生物体重量呈 1/4 反比关系。

另外一个幂律关系是在一个区域，某个物种的密度与该物种的体积（或重量）呈现 3/4 反比关系，即：

$$D \sim M^{-3/4}$$

其中D为该物种的密度。这个关系对于植物的分布来说特别有用，它也可以通过简单的推理得出。假设某块土地生长了N株植物，每株植物都需要从土地吸收资源：$F \sim M^{3/4}$，那么N株植物需要吸收的能量就是$NF \sim NM^{3/4}$。如果这块土地总的养料资源供给率R是固定的（与什么植物生长在它上面无关），那么应该有：$R = NF \sim NM^{3/4}$，其中R是一个常数，所以就有$N \sim M^{-3/4}$，将N除以面积就能得到密度，所以$D \sim M^{-3/4}$。

所有这些生物体的幂律关系有个统一的名称叫做：异速生长尺度律（Allometric scaling）。这里的尺度（Scaling）就是指的各种生物量与生物体的体积大小有关，它们会随着生物体尺度的变化而变化。而异速生长则是指这种关系不是与尺度呈正比，即增长多少体积就会增长多少新陈代谢，而是呈现各种幂律分布，也就是说它们的增长速度是不同的[1]。

无处不在的流动与幂律

本文开篇就指出，复杂性科学的宗旨是找出所有复杂系统中共有的现象和规律。流动是

一种普遍存在的现象,那么 3/4 幂律分布关系是否也能推广到各种复杂系统之中呢？答案是半对半错。3/4 这个特定的数字可能不再成立，然而幂律关系是普遍存在的，下面我们来看几个具体的例子。

我们可以把城市比喻成一个生命系统，它也需要不断地从外界吸收各种物质、能量资源，也会像现实生物一样成长、发育、衰老。从这个角度看，给城市供给的各种能量、物质资源就相当于是输入到城市中的流或城市的新陈代谢，而消费这些能量、物质的人就可以看作是这个城市的存量，或者尺寸。城市越大，它能供养的人越多，因而需要的能量和物质也就越多。

德国的 Christian Kuhnert[2]等人就将德国各个城市的人口数（相当于M）和供给该城市的总电能（即F）进行统计，并把这两个量的对数值画在一张图上得到了近似直线的分布曲线图 5。

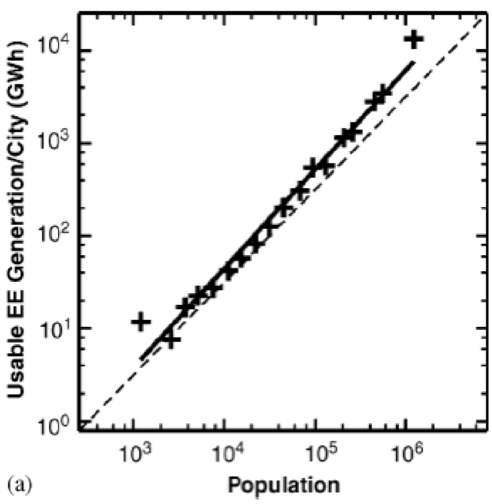


图 5 城市人口与总电能的关系

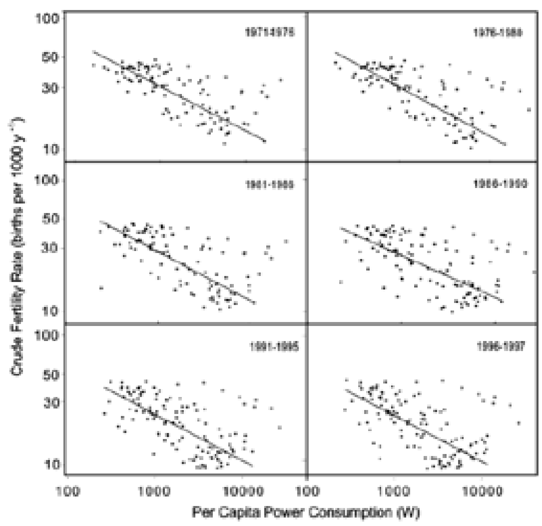


图 6 美国年度人均消耗资源和当年生育数量的关系

他发现这条直线的斜率近似 1.1，即$F \sim M^{1.1}$。另外，他还统计了欧洲各个国家不同城市的人口数量与加油站数量、邮局的数量、饭馆的数量等(这些量都可以看作是广义的流量F)之间的关系，发现类似的幂律分布曲线也可以得到，并且幂律指数一般都接近于 1。这个例子说明，流量与存量这对关系在一切复杂系统中都有着相似的数量关系。

我们人是有自主意识的，似乎我们自己可以选择自己的生活。生育是个重要的问题，然而人类真的能够自己选择生育权吗？对于个体人来说，无疑人有自主选择的权利，然而对于人

类社会来说，我们并没有那么自由。为什么越穷的国家或地区越愿意生孩子？而越富有的国家则生育率极低？生物学家 Melaine Moses [3]对美国在不同时期平均每人消耗的资源和该年度的生育数量的对数值画到曲线上，得到了图 6。

这里对于整个国家来说人均资源消耗就相当于是新陈代谢量 F 。在前面讨论的各种幂律关系中，有一个关系是出生率与生物体尺度的关系：$Q \sim M^{-1/4}$，同时我们知道 $F \sim M^{3/4}$，这样不难得到：$Q \sim F^{-1/3}$，这也就是上图统计出来的对数图中的直线表示的。看来，在强大的新陈代谢流动的自然规律面前，我们人类并没有多大的选择权利。

让我们回到一开始的公司规模问题。是否公司的资产规模也和公司的盈利存在着类似的这种幂律分布关系，甚至是不是这个分布的指数就是 3/4 呢？就笔者目前掌握的资料来看，没有人做过这个统计（如果你有关于公司规模和盈利的数据，不妨做个统计试一试。）。但是，关于公司规模的分布存在着一个相关的幂律分布，这就是公司的规模与这种规模的公司数量之间存在着幂律分布关系：$N \sim M^{-b}$，其中 b 是一个正数。也就是说公司规模越大，相应的数量越小。这个关系已经被很多社会学家证明了，并且在社会学中，这个规律有个特定的名字叫做 Zipf 律。比较前面介绍的物种密度和物种尺度的关系 $D \sim M^{-3/4}$，发现二者有着相似之处。

如果经济系统中的公司与生态系统中的生物体之间的类比是正确的，那么，我们有理由相信由能量流驱动构造的生物与由货币流驱动构造的公司遵循着同样的规律。这样不仅仅流量和存量之间服从着幂律分布关系，而且其他的有关时间尺度、频率与存量之间的幂律关系也可能适用。像生物一样，小公司好比是老鼠，相对灵活多变，但是平均寿命也短；而大公司就好比是大象，体积庞大、反应缓慢，但实力雄厚，存在的寿命也长。

让我们放眼大千世界，这样的流量与存量、时间与规模之间的矛盾和关系几乎到处存在，所以最初来源于生物学的 3/4 律的发现也许蕴藏着一切复杂系统共有的规律。

分形输运网络

相信你和我一样已经厌倦了无休止的数据罗列和铺天盖地的幂律关系。究竟为什么大自然中会存在这样的幂律关系？为什么生物体新陈代谢和它的体积之间的幂律关系是 3/4？本章就试图给出各种解释。

失败的几何解释

第一个开始探讨生物体新陈代谢与体积之间关系的研究是早在 1883 年做出的，一个叫 Rubner 的生物学家首先对生物体的新陈代谢和生物体积之间的关系进行了简单的数学估算。

假设生物体是一个三维的球，生活在一个池塘里，如图 7 所示。

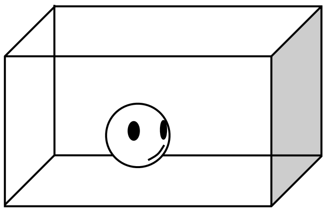


图 7 生物体在环境中简化示意图

不妨设这个小家伙的球体半径是r，那么，通过简单的立体几何计算球体的公式我们可以计算出它的体积是：

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

假设小家伙只能靠它的体表从池塘里吸收养分，从而它的新陈代谢率也就是每时刻从环境吸收的能量值F与它的表面积成正比，设这个比例常数为k，则我们得到：

$$F = \frac{2}{3}k\pi r^2$$

这样观察上面这两个式子，通过约去共同的变量r，我们可以得到一个F与V之间的关系如下：

$$F = k\left(\frac{\pi}{3}\right)^{1/3} V^{2/3}$$

也就是说新陈代谢是与体积的 2/3 次幂呈正比的，这就是 Rubner 的主要结论。进一步，因为生物体的重量是与它的体积成正比的，也就是：$F \sim M^{2/3}$。事实上，如果生物体不是简单的球体，而是某个三维的实心体如立方体、棱锥体的话，那么由于体积与表面积存在着关系$S \sim V^{2/3}$，所以新陈代谢与体积之间的关系仍然是$F \sim M^{2/3}$，这就是 Rubner 给出的一种具有普遍意义的答案。

我们知道它显然是错了，因为与实际的数据不符，看来大自然设计的生物体并不是那么简单的几何形状，它有着更复杂的内部结构。

生命体中的河流

1990 年的一天，新墨西哥大学的生态学家 James Brown 抱着一大堆数据走进了同在美国新墨西哥州的洛斯•阿拉莫斯国家实验室，该实验室以高能物理研究著称。而 James 要见的人正是一名粒子物理学家。作为生态学家的 James 此时的心情是复杂的，他已经收集了大量有关生物体的 3/4 幂律关系的数据，但是却不能给出一个满意、合理的解释。作为生态学家，他更擅长跟野外的生物打交道而不是摆弄数学公式。然而，大自然用神奇的数字 3/4 正在召唤着新的科学，面对着这股大自然的魔力，James 终于走出了实验室开始跟摆弄数学公式的人打交道。然而，合作是困难的，大部分物理学家、数学家总是只对自己的问题感兴趣，对生态学家的数据嗤之以鼻，生物学有像相对论那样漂亮的理论吗？没有，所以，生物学是二等的理论。James 已经经历了多次失败。这次能不能成功呢，James 心想，谁知道呢，碰碰运气吧，也许这次要见的 Geoffrey West 是个与众不同的人！

图 8 James H Brown

图 9 Geoffrey West

终于，James 走进了 Geoffrey 的办公室，只见一个瘦瘦高高，一脸银色胡子的斯文学者热情地冲他打招呼。这就是 Geoffrey West，一名当时还不算很有名气的粒子物理学家。经过短暂的交流之后，James 开始打消了开始的疑心，因为他发现 Geoffrey 不仅为人和善，而且对生物学理论充满了异乎寻常的兴趣。Geoffrey 说，他一直在思考着一个问题，人为什么会衰老和死亡？我们都知道，任何一种生物，无论它的生活多么健康、安逸，它仍不免一死。然而，这样一种明显的事实是否可以有科学的解释呢？所以，Geoffrey 正准备跳出粒子物理学，而转道研究如何解释生物的寿命长短以及衰老和死亡的原因。听到这里，James 高兴地一把握

住 Geoffrey 的手，太好了，也许你的问题能在我收集的这些数据中找到答案，就这样，二人一拍即合。*

就这样，Geoffrey 开始思考生物体普遍存在的 3/4 背后的机理和形成原因。首先，Geoffrey 意识到，新陈代谢和生物体重量（或体积）的关系是一种流量与存量之间的关系。而所有生物体内部都存在着流动，例如哺乳动物的血液系统、植物的根、茎、叶输运系统。

其次，从大量的生物学数据中，他发现，生物体内部的这些流动系统普遍都是一种不断分叉的网络结构。如图 10：

图 10　树

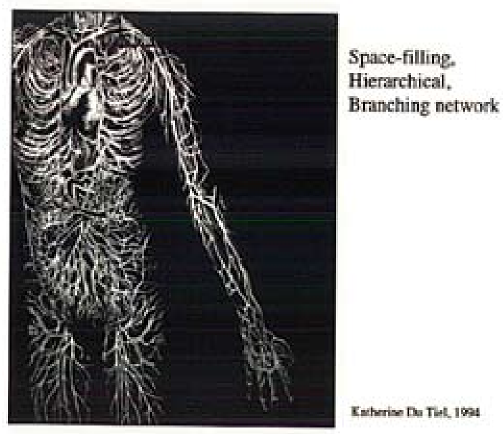
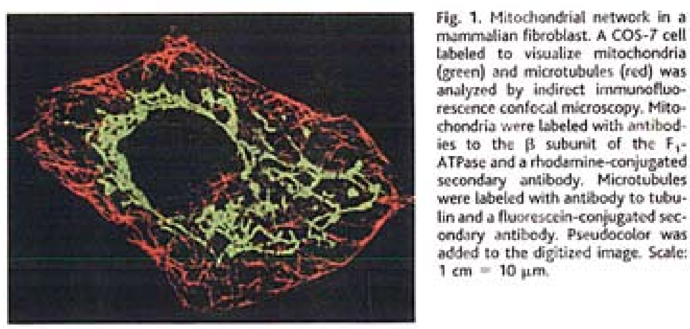


图 11　人体网络



From M. P. Yaffe, *Science*, 283, 1493 (1999).

图 12 哺乳动物纤维细胞中的线粒体（绿色）和微管（红色）网络

---

* 这段故事的细节是作者根据适当的想象编写的，具体的年代也不详。事实是，Brown 的确找过很多人合作，但都失败了，于是找到了 Geoffrey。而 Geoffrey 也的确曾经反复思考过生物体衰老和死亡的问题，见 http://www.physicscentral.com/people/2003/west.html

这些网络都具有类似于河流那样的分叉网络。考虑一股水流顺着山势而下，水流冲击土地形成了河流。这股水流又会不停地形成各种分支，创造出更多的小河流。也许这种类比本身就抓住了事物的本质。生物体新陈代谢从外部吸收进能量流就好比一股从山上冲下来的水流，能量流可以创造出更多的分支结构，它们形成了生物体内的能量、物质的输运体系。

最后，类似于河流网络，生物体内部的输运网络具有一种分形结构。所谓分形就是指一种自相似的几何体。具体到河流中，如果你将任何一个局部支流放大到整个河流的尺度，你会发现它们是相似的。这样，河流每分叉一次，这个分叉就像一开始的主流一样再次作用到土地上，形成更多的分叉……，就好像无穷递归的计算机程序一样，这个分叉过程会越分越细。如果你想要计算整个河流网中的水流总量，那么你只需要把各个分支的流量加起来，而因为分支是自相似的，每个分支的流量都是总流量的一个分数，那么整个流量就是计算一个等比数列的和。那么这个总和跟一开始的河流主流流量有什么关系呢？幂律关系！想到这里，Geoffrey 兴奋地开始在纸上摆弄起了数学方程。

为了推理的严格性，Geoffrey 首先做了下面三个假设[4]：

1、生物体是由大量类似于河流那样的输运网络填充整个生物体空间构成的；（也就是说，生物体内的河流要把整个生物体填满）；

2、整个输运网络的最后一级分叉是一些跟生物体体积无关的单元结构，例如动物体内的毛细管或者是植物的柄部；

3、生物体已经由于上亿年的进化使得内部输运网络的结构能够使得营养物质的流动阻力达到最小，从而流动最顺畅。

有了这三个假设，并把生物体内的输运网络模型化，我们就能进行一系列运算得到结果。

虽然这个模型现在看来过于繁琐，但是，它的想法却抓住了本质的因素，这就是之所以生物体符合 3/4 幂律分布，是因为它们并不是简单的几何构型，而是一种具有分形结构的网络。分形几何结构通俗来讲就是一种自相似的结构。从云朵到山脉再到金融市场，人们已经发现这种自相似的结构普遍存在。因而从这一点来讲，Geoffrey 的解释模型具有普遍的意义：为什么大自然各种复杂系统中广泛存在着流量与存量之间的幂律关系？这是因为流动形成的分形网络填充了系统所存在的空间。

Geoffrey 也对自己最初过于繁琐的解释模型并不满意，于是在 1999 年，他又在 Science 上发表文章，对 3/4 幂律关系进行了简化得多的解释[5]。他的基本想法和一开始 Rubner 做出的 2/3 幂律关系的解释很相似。

首先，Geoffrey 假设生物体的新陈代谢率是与它的表面积成正比的。然而，生物体不是

一个简单的实体的三维物体，而是一个具有复杂分形结构的几何形体。如果设生物体的特征尺度为l，可以把它设想成生物体的高度或者宽度，那么如果它是普通的二维几何形体，那么它的表面积 A 就与特征尺度l呈平方关系，即：$A \sim l^2$。现在，生物体是一种分形的几何体，这样，按照分形几何，它的表面积与尺度之间的关系就有可能是分数维的：$A \sim l^{2+\varepsilon}$。其中ε是个介于$0 \sim 1$之间的分数。同样的推理也适用于体积，因此体积与长度之间的关系也服从一种比三维多一点的幂律关系，即$V \sim l^{3+\varepsilon'}$。为了最有效地利用能量，生物体会演化出非常有效的分形结构以最大化表面积而吸收能量，所以，ε最大化即得到 1，类似的推理也适用于$\varepsilon'=1$，因此总体就有$A \sim l^3$，$V \sim l^4$，从而有$A \sim V^{3/4}$。

我们看到，生物体的面积与长度不再呈平方的关系而是三次方，同样体积不再是三次方而是四次方，分形结构使得生物体能够在更高的一个维度空间中发展，所以 Geoffrey 那篇文章题目就叫“生命的第四维”。分形的几何形状在 Geoffrey 的解释中仍然起到了关键的作用。

虽然 Geoffrey 给出的解释模型仍然不够完美，但是毕竟他是第一个给出类似解释的人，并且分形网络的结构也非常有道理，且具有普遍意义。由于这一工作的重要性，Geoffrey 在之后的几年里名声大噪，他先是当选为美国复杂系统研究中心圣塔菲研究所的所长，后来又成为美国时代周刊的新闻人物。

从分形网络到最优化

前面提到，Geoffrey 对 3/4 律进行解释有一个重要的前提假设，即生物体内存在着一个具有分形结构的输运网络。然而，生物体为什么会形成这样一种分形的自相似结构呢？这种分形结构的背后是否存在着更本质的原因？

人们普遍相信，大自然进化似乎总是要把生物打造得更加精巧，从某种程度上来说就是让它们具有更优越的、更有效率的结构。那么，很有可能生物体内部普遍存在的分形输运网络是自然进化造就出来的某种最优的、最有效率的结构。

1999 年，物理学家 Jayanth R. Banavar 在 Nature 上发表文章给出了一个更加巧妙的模型来解释 3/4 律[6]。Jayanth 的构想是这样的，考虑一个如图 13a 这样的由若干节点连接而成的网络。

我们把这个网络设想成一个输运资源流的网络。在图 13 中，节点 0 是提供给所有节点的

资源流的源。每个节点可以跟它的有限个邻居节点相连，并且对于任意一个节点都必须保证有一条从源到它的路径。在该网络中每条有向边 e 就表示资源的流向，并且边的权重表示资源流量的大小 f_e。

整个网络是由节点填充的一个 D 维空间中的区域，因此，网络的节点数与这个填充空间所占的体积成正比。例如，在 2 维空间中，假设整个网络镶嵌在一个圆形区域里面，那么整个网络的节点数 $N \sim r^2$。因此，D 维空间中就是 $N \sim r^2$，其中 x 可以理解为整个系统的某种特征尺度。

接下来，假设每个网络节点在每个时刻都要消耗固定数量的能量资源 C。那么每个时刻系统消耗的总的资源也就是系统的新陈代谢率就是：

$$F = NC \sim r^D$$

同时，流入该节点的流量减去流出该节点的流量需等于常数值，即对任意的节点 k 都应该有：

$$\sum f_{k,in} - \sum f_{k,out} = C$$

另一方面，我们可以统计整个网络中各个边的总流量，并认为这个流量即构成了整个生物体的重量（与生物体的尺寸成正比）。因此，有：

$$M = \sum_e f_e$$

这样不同的网络拓扑结构在满足上述条件的情况下就会得到不同的 M 值。有定理保证，M 值在图 14c 所示的生成树网络中有最小值，而在图 15d 所示的螺旋形状的网络中有最大值。

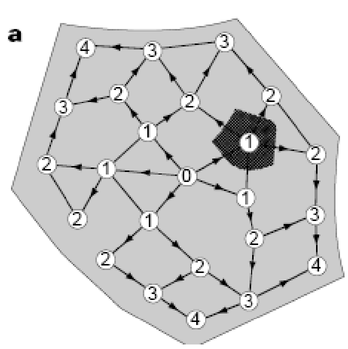


图 13 资源输运流网络

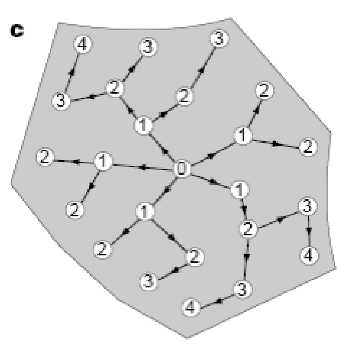


图 14 生成树网络

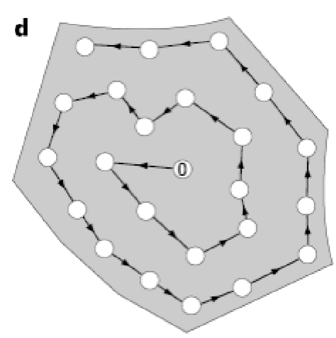


图 15 螺旋形网络

并且可以计算出，图 14c 所示的生成树对应的 M 满足：

$$M \sim r^{D+1}\text{，所以：}M \sim F^{D/(D+1)}$$

当 $D=3$ 维空间的时候，它刚好是 3/4 律。

我们知道，M 值最小意味着在保证能够供给网络上所有节点足够能量的前提下需要的消耗在输运网络中的能量最小，也就是说这样的网络是一种最有效的结构。这种最有效的结构恰恰是一个从源出发不断分叉构成的分形树状网络。因此该理论从最优原理的角度出发，不仅得到了 3/4 律，而且自发得到了分形网络结构。

Jayanth 的模型不仅能够解释 3/4 律，而且还能解释河流网络的形成等大自然中广泛存在的输运网络。但是值得注意的是，这个模型中新陈代谢率是与节点数成正比的，也就是它对应了某种存量。而总的生物重量则对应着网络上的总流量，这似乎与最初的新陈代谢流量和生物重量存量之间的关系有些颠倒了。从这一点来看，Jayanth 的理论也并非完美。

另一位采取类似思路对 3/4 律给出解释的是传热学专家 Adrian Bejan，他研究人工传热系统的最优化设计已经多年，并提出了称之为构造定律（Construction law）的理论[7]。构造定律是说，在一个由流动构造结构，结构又反过来影响流动的系统中，普遍存在着一种最优设计，这种最优设计就是一个分形网络，并且它可以使得系统中的流动速度达到最大。从这个最大化流动速度的角度出发，Adrian 把生物体看作是一个传热的机器，从而他同样得出了 3/4 分布律。

通过这一章的讨论我们看到，生物体普遍存在的幂律分布关系背后很可能和某种自相似的分形输运网络有着密切的关系。而进一步的研究表明，这种分形网络的形成是因为系统优化某种函数的结果。那么，在自然界中，这种被优化的函数究竟是什么呢？它有没有更深刻的理论结果呢？我们需要在下一章继续讨论。

通向理论

在上一章我们已经看到，对 3/4 律的解释需要用到一种分形结构的输运网络；进一步，之所以自然选择会创造这样的分形网络，很有可能是因为系统正在试图优化某种目标函数，从而创造了这样的结构。那么，这个目标函数究竟是什么呢？它又有什么具体的物理意义呢？

从 Geoffrey 到 Adrian，再到 Adrian，它们都提到了类似的优化目标，即使得系统中的资源流动更加顺畅，更加有效率。进一步，我们可以把这个原理抽象出来，即系统优化的目标是使得流动能够达到最大，我们况且称之为最大流原理吧。

让我们放眼大千世界，最大流原理似乎很有根据。我们中国有一句古话，就叫做“人尽其才，物尽其流”，也就是说社会发展的总目标就是要让物品的流动能够尽量顺畅。的确，我们看到经济的发展往往伴随着物品流动速度的加快。火车在提速、GDP（经济系统货币的总流量）在增长、物流行业在腾飞等等。

在生态学领域中，著名生态学家 Lotka 早在 1922 年的时候就提出来了生态系统中能量流动加快的原理。之后，该原理又被著名生态学家 Odum 命名为最大功率原理（Maximum power principle），这里的功率就是能量除以时间，即能量流动。我们都知道，生态系统是由特定区域的多个物种由于相互作用而形成的整体系统。物种之间的相互作用可以抽象看作是一种能量的交换或称之为流动。那么，最大功率原理是说，生态系统作为一个整体的开放系统会由于进化的作用而逐渐趋向于系统内部的能量流动加快[8]。

在 Odum 提出了最大功率原理之后，还有一批生态学家提出了许多类似的生态系统进化的目标函数。其中，最大化熵产生原理则与众不同，因为它深深植根于非平衡态热物理。著名的物理学家、化学家，复杂系统理论研究的先行者普利高津很早的时候就提出了一个类似的最小熵产生原理，只不过它仅限于平衡态附近的系统。进一步，很多人从不同的问题分别提出了处于非平衡态的系统朝向最大化熵产生的方向发展的理论，并在大气系统、流体、电路等领域进行了成功的应用[9]。

实际上，任何一种可用的能量在系统内部得到转化和使用的时候都会产生大量的废热。这些废热是和熵的产生成比例的（见有关熵的历史的讨论）。所以熵产生越大，就说明能量在系统内部的转化得越快。而能量在系统内部的转换又是靠能量流本身所驱动的，因此熵产生越大能量流动得越快。因此可以说最大功率原理和最大熵产生原理是一枚硬币的两面，它们同是更广义的最大流原理的一种具体体现。

流动与时空

为了进一步理解最大流原理，我们可以考虑这样一个形象的比喻：有很多水流源源不断地从山顶流到山底，那么水流会沿着什么路径流呢？见图 16。

有两种可能的情况发生。第一种，地形不会因为水流的流动而改变。开始的时候，如果有多条路径可供水流选择，并且总流量是有限制的话，那么会发现，越来越多的水流会集中在流动最快的那条路径上。这不是因为水流具有多少聪明的智慧，而是因为快速疏导水流的路径会导致水流在更短的时间里产生出“虚空”，而这种“虚空”会引导更多的水流过来，这样二者相互作用的结果就导致了我们仅能看到被水流选择出来的快速的流动路径。

出人意料的是，这种水流与路径的关系与蚂蚁觅食的原理是如此之像。如图 17 所示，假如蚂蚁从巢穴出发，外出去觅食，当找到食物之后就会再次返回巢穴。如果有两条路径可以通向食物，一条较长，一条较短。开始的时候蚂蚁们盲目地寻找路径，但是随着时间的推移，众多蚂蚁会越来越集中在那条从巢穴到食物的最短路径上。

图 16　这里我们用岩浆流来示例水流（因为实在不好找到水流的照片）

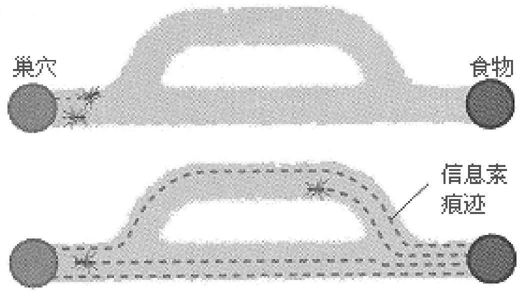


图 17　蚂蚁觅食路径

其原因是，蚂蚁在发现食物以后会释放一种信息素，而且这种信息速会逐渐挥发掉。这样开始的时候，如果有两只蚂蚁都找到了食物开始往回走，并且都释放信息素。这样它们都会吸引更多的蚂蚁过来。然而由于那只走较长路径的蚂蚁需要较长的时间，因而这条路径上的信息素也会因为挥发而变弱，这样这条路径就会吸引较少的蚂蚁过来。所以，越来越多的蚂蚁会集中在较短路径上，并释放更多的信息素，吸引更多的蚂蚁过来。就这样，所有的蚂蚁基本都会集中在这条最短的路径上。

在这个例子中，我们同样看到了时间和流动的关系。这里，我们不妨把众多蚂蚁看作是一种从巢穴到食物的流，而把蚂蚁释放的信息素看作是一种类似水流中的“虚空”，因此蚂蚁往信息素最大的地方跑也就意味着水流朝“虚空”最多的地方流。较快的流动渠道因为需要较少的时间，因而导致了更多的“蚂蚁流”选择该路径，从而导致了蚂蚁一定流向流动最快的那条路径。

我们已经看到，实际上这里面已经蕴含了自然选择的原理。一方面，快速的路径可以诱导水流，而水流又会选择快速的路径。如果我们把自然生态系统中的能量看作水流，那么也就是能够更快速地疏导能量流的物种会获取更多的能量，因而具有更强的竞争优势。因此，整个生态系统就会逐渐进化到使得能量流动加快，这就是最大功率原理[10]。

第二种情况是路径可以被水流冲击而改变。这样如果路径阻挡了水流的流动，那么水流就会不断冲击它而改变路径的形状。这样反复冲刷的结果就会使得流动更加顺畅。因此最后大

自然构造出来的水流路径一定是使得水流流速最快的一条。这样，如果水的流入是一点，流出也是一点，类似河流中的一小段，那么水流会造就一条最快的连接两点的路径。但是如果水流入十一点，而流出可能是非常多的点，那么会怎样呢？例如，山顶的水流往往是从一点流下，但是山底却有很多点可以让水流流出。有趣的是，在这种情况下，水流就可以通过冲刷而构造出分形的树状结构，实际中的河流就是这样的情况。

对于水流的这一描述完全可以搬到现实中的能量流。水流在真实的地形空间流过，能量可能在各种更加抽象的空间中流动。水之所以会流动是因为存在着高、低两种地势差，能量流动的原因也是因为存在着某种抽象空间中的势差。例如，热力学告诉我们，热流总是流向温度较低的物体，这里面，不同温度的物体就构成了一种势差，温度 T 就相当于是高度。高温流向低温，就相当于水从高处流向低处。

太阳辐射大地不断地注入能量流给地球，地球最终需要把这些能量变成废热而耗散到宇宙空间中去。这样，太阳能量就构成了高势，而辐射热就构成了一种低势。有了这两种势差，流动就一定会发生，这样源源不断的能量流就构造了我们看到的美丽地球。从阳光到植物的光合作用产生有机物和二氧化碳，这些有机物在进一步被生物、人类使用，从而再把能量转化为废热释放到宇宙空间中，这一切都是能量流构造的，如图 19 所示。

图 18 由真实水流冲刷而形成的分岔河流网络

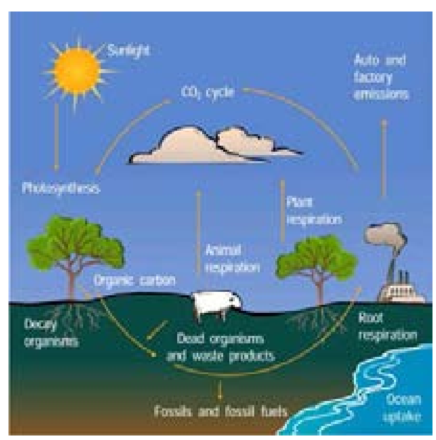


图 19 太阳、地球和生物能量流

地球上的能量流不仅仅被路径选择，而且通过不断的“冲刷”而创造了各种释放能量的路径，这就是能量流造物的奥秘。生态圈中的各种生物因为都要新陈代谢，所以，它们就构成了各种各样的释放能量的通道。

水流在真实物理空间中流动，而能量则流动在某种抽象的空间中。这个抽象的空间是什么呢？这就是能量的频谱。如图 20 所示。

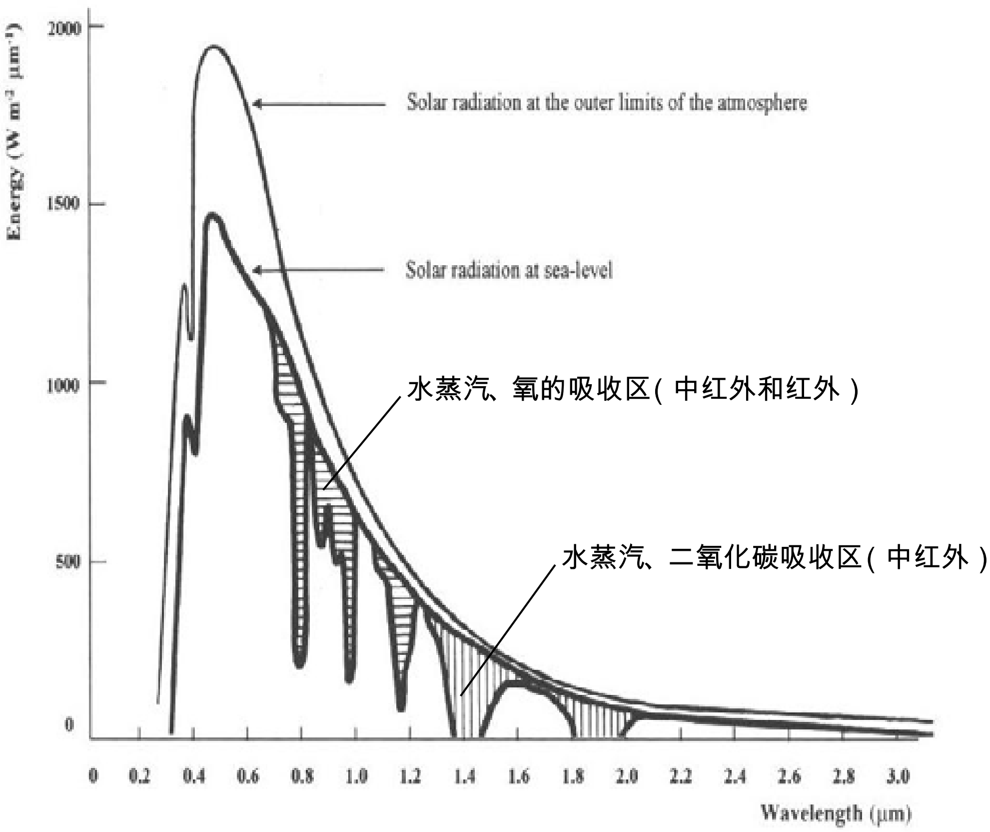


图 20　能量频谱分布

我们都知道能量就是一种波，而波是有频率和波长的（波速一定，波长和频率成反比）。等值的能量可以是以不同波长的波而存在的。根据物理学知识，我们知道，太阳光辐射的波长是集中在 0.48 μ_m，而地球表面热辐射的波长在 9.6 μ_m 左右的区域。不同的物质都可以看作是不同的能量集中形式，它们都在能谱上有不同的分布值（如图 20 所示），这样，能谱空间就构成了抽象的能量流动空间。能量在不同物质之间的转化就构成了能量在抽象的能谱空间中的流动。离太阳光能谱较近的区域具有较高的“势能”，离“地球热辐射”频率较近的区域具有较低的“势能”，这样，能量就可以在这种势差的存在下不断地转换。

能量不仅可以沿着路径流动，同时路径反过来又可以被能量流动所改变。当能量可以从一点注入，而可以从多点流出的时候，流动就会构造出分形的河流输运网络结构。我们可以把

这个过程抽象成图 21。

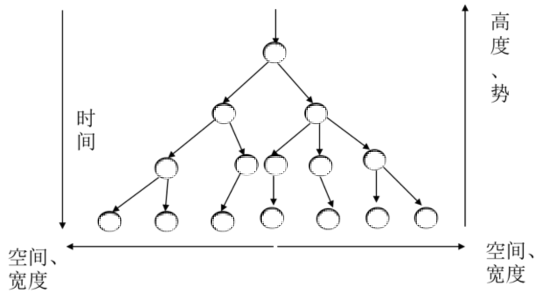


图 21 流动构造出分形网络结构

在这张图中，能量不断从一个单点流入，而分叉成越来越多的细流。造成流动的原因是因为广义的高度和势的存在。它是一种不同节点之间的差异性。也就是不同能量形式所存在的频谱，它形成了空间中的一个重要维度。另外一个重要的空间维度就是横坐标轴，能量流会在这个轴上分叉。如果我们仅仅画出这个空间维度，那么，不难看出，整个过程就好像是一个发生在该空间上的扩散过程。而且随着空间的推移，能量流创造了越来越多的节点，那么这些节点就会渐渐占领更大的空间。

新的热力学定律？

这种逐渐充斥整个空间、逐渐扩散的过程让我们想起了一个有趣的定律：热力学第二定律。想想，一瓶香水如果打开了瓶口，那么香水就会扩散到整个空间。房间不打扫就会变得越来越脏，热量不能自发地从低温物体流向高温物体，任何能量转化的过程都伴随着一定的废热产生，所有这些现象都与热力学第二定律有关。

历史上，人们对热力学第二定律的发现经历了一段漫长而艰难的过程。开始的时候，人们先是从一些物理现象出发：如热不能从高温物体自动流向低温物体、任何机器在工作的时候都会伴随着大量的废热产生……。然而，将热力学第二定律变成一种科学定律还要归功于熵这个概念的提出。人们发现，热力学第二定律所描述的那些过程实际上都伴随着熵这个物理量的增加。

然而，热力学第二定律、熵等概念仅仅是针对封闭的、处于近平衡态的系统讨论的。然而，在这里我们更感兴趣的是流动，是开放的系统，第二定律、熵等概念还能适用吗？

首先，值得肯定的一点是，我们还可以运用前面提到的“熵产生”这个概念。根据

Clausius 对于热温熵的原始定义，我们知道，在一定的温度下，熵产生就等价于热量的产生。然而，除此之外，热力学似乎帮不上任何忙了，为什么熵产生、能量流动会达到最大？经典的热物理学不能回答。

让我们放眼现实世界，会发现一种特别有趣的现象：驻波。当一股溪水遇到了一块石头的时候，就会绕开它，并在石头的旁边形成有规则的驻波。仔细观察会发现，虽然每个水滴在流动中都在变化，但是只要水流总量不变，那么这股驻波就能稳定存在。其原因是驻波本身并不是一个物理实体，而是水滴相互作用在宏观形成的一种构型（Pattern）。

同样，对于一个非平衡物理系统来说，如果它处于稳衡态，那么也有可能某种宏观的统计性质就像驻波一样是稳定的，尽管它微观的水分子是在不停变化的。如果我们切换一种视角，不去盯住那些微观水分子本身，而是观察每个水分子的运动过程，那么我们会发现，由于系统处于稳衡态，所以不停注入的流水是一个常量，也就相当于是一群固定的水分子运动的过程，同样整个系统内部也会形成各种各样较稳定的过程。我们不妨用箭头表示这些小的过程，那么水波就可以表示成图 22 所示的状态。

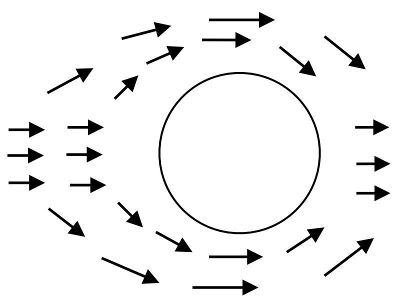


图 22　水波示意图

首先，只要系统处于稳衡态，那么这些小的过程就是相对不变化的。而有趣的是，每个小过程本身并不是固定的水分子，而是不停地被新的水分子替换掉的流动过程本身。其次，一个开放的不停流入水分子的系统在这里就变成了一个固定的封闭的系统。一个非平衡的系统对于这群小过程来说就变成了平衡的系统。

如果我们把这些小的过程而不是真正的水分子比喻成气体中的分子小球，那么我们就会按照统计力学的推理原则构造出一套关于这些小过程的统计理论。那么这一套统计理论就很有可能是解释非平衡态物理系统的最终理论。

有趣的是，法国物理学家 R. C. Dewar 2003 年在 Physica A 上发表了一篇论文 Information theory explanation of the fluctuation theorem, maximum entropy production and self-organized criticality in non-equilibrium stationary states[11]，用一套统一的框架自然导出了最大熵产生原理，以及另外两个著名的非平衡态系统中的重要现象：自组织临界性和波动定理。他用到的一个重要的基本思想就是将系统的变化路径（水分子的运动过程）本身看作是微观的对象。

R.C.Dewar 将 Jaynes 的最大信息熵原理运用到非平衡系统中，只不过熵定义中的状态空间不是固定点构成的空间，而是系统演化的所有路径构成的空间。这样，熵值就是指一个过程在所有可能路径上取不同概率的熵值。按照这样的理解，我们可以得到最大热力学熵产生原理，即作为最大化路径的信息熵的一个推论。

注意这两个熵的不同之处。实际上，我们可以把这两种熵理解为两个层次的概念。在微观层次，系统不同的演化路径对应着不同的微观的热力学熵的产生。而在宏观层次，我们把若干路径看作为高一层次的基本粒子，这样对于这群基本粒子来说它们在高一层次就又可以定义一种熵，这就是在 R.C.Dewar 的工作中被最大化的信息熵。因而，我们可以说最大化高层次的信息熵可以自然导致低层次的熵产生达到最大。我们知道，热力学第二定律所说的最大化熵，就相当于最大化信息熵。所以，这里的结论又可以翻译为：最大熵产生原理是高一层次的热力学第二定律的一个推论。

要理解这个原理，我们不妨用经济系统或者生态系统作类比。我们知道经济系统中各个经济体之间的交换就构成了一种货币或者商品流。那么如果企业的种类繁多，生产的产品足够多样性，同时人们的消费也是多样性的话，这就会创造出更多的消费渠道，也就可以使得货币或者商品的流动增加。因此商品空间中的多样性造成了经济流动的加强。

在生态系统中，各个物种通过捕食与被捕食的关系构成了复杂的食物网络。在食物网中，每发生一次捕食与被捕食关系，就会有一股能量从网中的一个节点流向另一个节点。如果系统中的物种足够丰富，那么这里面的捕食与被捕食的关系也就足够多样，因而粗略说，物种的多样化就会导致系统中总体的能量流加强。物种的多样性可以理解为物种在表型空间中的一种扩散行为，于是这就解释了最大功率原理，即它是一种表型空间中热力学第二定律的体现。

如果这一原理是对的，那么它很有可能成为新的热力学定律——热力学第四定律的候选。

流动的新理论

讲到这里，是时候回过头来总结一下我们走过的这些路了。首先，我们从新陈代谢和生物体积之间的 3/4 幂律关系出发，揭示出普遍存在于复杂系统流动现象的幂律关系；其次，我们提到了各种解释这些幂律关系的模型，之所以会有这么多幂律关系是因为生物体内存在着分

形的输运网络，并且这些网络作为长期进化的结果，它的结构会使得能量在生物体内的流动达到最快。进一步，我们提出了一个最大流原理，并给出了更深一层次的猜想：即流动的最大化可能是高层次空间上热力学第二定律的表现。

有趣的是，虽然这里的讨论往往集中在物理、生态、经济等领域，但是流动的研究没有理由仅仅局限于此。现实世界存在着更多的资源、流动、广义的生态系统。

更加抽象的资源流动还可能包括权利的流动。例如一家大型公司，大老板拥有丰富的权利资源，他会把他的权利下放到他的下属，这就是各个部门经理，部门经理又可以把权利资源下放到小组长，小组长下放到员工……。这样权利资源的流动串联起了整个系统，它们构成了一个层级的网络。

在科研领域也可以利用类似的类比。有人将科研人员比喻成疯狗，而新的思想或者新的学说比喻成肉。那么如果哪位能够抛出一块肥肉，就会引起大量的科研疯狗扑过来。于是这里面新的学说思想就构成了广义的资源流，扑过来的科研疯狗就好比是不同的物种，他们相互传播这股资源流形成了复杂的网络……。

一个计算机软件系统也可以看作是这样一种广义的生态系统。什么是这个生态系统中的能量流呢？我们不妨假设 CPU 的执行相当于一种能量流。一个软件不同程序部分的执行权利是由用户决定的，这样用户就构成了整个软件生态系统的太阳，他不断地给系统输入能量资源进来。被首先执行的软件模块相当于植物，被这些模块调用而执行的模块相当于吃草类动物，次级被调用的相当于食肉类动物。被执行次数越多的软件模块就相当于拥有越多能量的物种。这样，整个软件就由各个模块以及相互之间的调用关系构造成一个复杂的食物网。好的软件系统可以便利地被人们使用，因而就相当于能量流被最大化。我们甚至可以开发出一整套方法来研究如何优化软件系统。

长久以来，人工智能的研究始终没有突破，这是因为人们忽视了机器学习的问题。然而，通常机器学习理论往往都是从各种算法的修修补补进行改进，没有人从开放的流系统这个角度来思考人工智能中的学习。如果把新的知识作为一种能量的来源，而把整个学习形成的各种知识积累作为一种促使能量流动的网络，那么我们完全可以把机器学习系统看作是一个广义的生态系统。于是，机器学习的目的也是为了能够最大化这种广义的能量流。也许，这种全新的视角可以给我们带来新的认识。例如，是否存在着幂律分布关系？如果我们把遗传算法中的变异和交叉操作看作是一种注入的能量流，而把整个系统存在的规则、程序看作是一种存量的话，那么是否流量和存量依然存在着幂律关系？或者说也许最优的设计就来源于这种幂律分布关系？

总之，这个主题才刚刚开始。有太多激动人心的发现等待着我们去发掘。

参考文献

[1] Brown J and West G. Scaling in biology. OUP USA, 2000.

[2] Hnert C Ku, Helbing D and West G B. Scaling laws in urban supply networks, Physica A 363 (2006) 96–103.

[3] Moses M E, Brown J. Allometry of human fertility and energy use. Ecology Letters, 2006, (6): 295–300.

[4] West G B, Brown J H, Enquist B J. A General Model for the Origin of Allometric Scaling Laws in Biology. Science, 1997, 276: 122–126.

[5] West G B, Brown J H, Enquist B J. The Fourth Dimension of Life: Fractal Geometry and Allometric Scaling of organisms. Science, 1999, 284: 1677–1679.

[6] Banavar J R, Maritan A, Rinaldo A. Size and form in efficient transportation networks. Nature, 1997, 399: 130–132.

[7] Bejan A. Shape And Structure, from Engineering to Nature. Cambridge University Press, 2000.

[8] Odum H T. Self–Organization, Transformity, and information. Science, 1988, 242: 1132–1139.

[9] Martyushev L M, Seleznev V D. Maximum entropy production principle in physics, chemistry and biology. Physics Reports, 2006, 426: 1–45.

[10] Whitfield J. Survival of the likeliest? 2007, PLoS Biology, 5: e142.

[11] Dewar R C. Information theory explanation of the fluctuation theorem, maximum entropy production and self–organized criticality in non–equilibrium stationary states. Journal of physics A: mathematical and general. 2003, 36: 631–641.