

李训经*

雍炯敏 美国中佛州大学数学系
张旭 四川大学数学学院

李训经（1935–2003），山东莱西人。应用数学家，控制科学家，专长于微分方程及数学控制理论。1956年山东大学数学系本科毕业，1959年复旦大学数学系函数论专业研究生毕业。1959年1月起在复旦大学工作，历任助教、讲师、副教授、教授、首席教授。他曾任中国工业与应用数学学会常务理事，中国工业与应用数学学会系统与控制数学专业委员会主任，中国自动化学会控制理论专业委员会委员，中国控制会议关肇直奖评奖委员会委员，《控制理论与应用》（中文版及英文版）等若干学术刊物的编委。他还被聘为浙江大学、东北师范大学、青岛海洋大学、上海财经大学等高校的兼职教授。他曾先后到美国、日本、法国、英国、德国、意大利、加拿大、澳大利亚、韩国等国家进行学术访问。李训经教授是我国常微分方程和控制科学领域的先驱者之一，是我国数学金融学研究的积极倡导和推动者。他在无限维系统最优控制和随机系统最优控制理论等方面有过重要的贡献，共发表论文70余篇，出版专著1本，教材4本，编辑国际学术会议论文集2本。他于1977年获“上海市重大科学技术优秀成果奖”，1985年获国家教委“科技进步二等奖”，1989年获国家“自然科学四等奖”，1999年获上海市“科技进步一等奖”。李训经教授在人才培养方面做出了突出的贡献，培养了一支有国际影响的学术队伍，2001年荣获“上海市优秀教育工作者”称号。



李训经

李训经教授1935年6月13日出生于山东莱西县。1956年7月本科毕业于山东大学数学系，同年考取复旦大学数学系函数论专业副博士研究生，师从著名数学家陈建功先生，学习函数逼近论。1959年1月研究生毕业，留复旦大学数学系任助教。1962年晋升为讲师，1980年和1984年分别晋升为副教授和教授，1985年被国务院学位委员会批准为博士生导师，1997年荣任复旦大学首席教授，2001年退休。2003年2月，因病去世，享年68岁。

李训经教授是我国控制科学及相关领域的先驱者、开拓者和推动者之一，在无限维系统最优控制和随机系统最优控制理论等方面的科学研究中做出过重要的成果，在人才培养方面更是成绩卓著，培养了一支在国际上有影响的学术队伍。

一、初试锋芒

李训经出生于山东省青岛市莱西县的一个普通家庭。他排行老

*本文转载自《20世纪中国知名科学家成就概览数学卷第三分册》（科学出版社，北京，2012年，pp. 324–333）

大，下面有两个弟弟和五个妹妹。全家靠父亲一人工作的收入度日，家境贫寒。1942年3月李训经在莱阳县某小学启蒙。1946年全家搬迁到青岛，李训经就读青岛市莱阳中学。1949年，他考入青岛第一中学读高中。

1952年9月，刚满17岁不久的李训经考进了山东大学数学系（山东大学当时在青岛市，后来于1958年搬迁至济南）。创建于1901年的山东大学历史悠久。早在20世纪50年代，该所大学的学科已经非常齐全，且在国内享有很高的声誉。从小就热爱数学的李训经在这里如鱼得水，在数学的海洋中流连忘返。

当年高校的学习环境还是相当艰苦的。入学后的第一个冬天，青岛的天气特别寒冷。李训经和其他十几个同学住在文学馆的三楼，没有暖气，连墨水瓶内都结冰。李训经的棉被相当单薄，上身穿的棉袄也很薄。不过人们常常看到他穿着一件紫红球衣，清晨高高兴兴地参加诸如跑步、做广播操一类的体育锻炼。夏天来了，同学们常常看到李训经晚自习回到寝室后赶紧洗汗背心，以便第二天可以穿这唯一的背心。

李训经个头不高，体育技能较差，有时由于若干体育项目动作不标准，招来其他同学的取笑。不过他从不计较这些，仍然坚持参加体育课和锻炼小组的活动。最终通过他坚韧不拔的努力，较早达到了当年作为合格大学毕业生必须达到的高校“劳卫制”各项体育锻炼标准要求。

在学习上，李训经是全班公认最出色的。在课堂里，他总是如饥似渴地听讲，专心致志地记笔记。他的笔记本是课后同学们最乐意借阅参考的。他非常乐意帮助学习有困难的同学。他几乎是他所在学习小组的辅导老师。由于李训经在各个方面的出色表现，他曾被选为当时山东大学的校学生会主席。

早在大学生时代，李训经就已经不仅仅满足于考试成绩优秀，而是在当时数学系老师的指导下开始初步的科学研究。他在本科生阶段就发表了两篇论文：《周期系数二阶线性微分方程的稳定性》和《四点共圆与双线性变换的不变圆》。尽管这种大学生水平的习作的学术意义还不大，但科学研究的种子尤其是探索未知世界的原动力无疑已深深地植入了李训经的心中。有趣的是，李训经在大学生时代的选题似乎已初步显现出他的学术品味，以及他后来学术生涯的端倪。当年对常微分方程稳定性的研究也许是他日后主要从事控制科学研究的兴趣源头之一。

1956年来到了，李训经面临大学毕业。以他的实力留在山东大学数学系任教是不存在问题的。但是，当时的数学系主任鉴于李训经的才学，觉得他应该继续深造，并建议李训经报考陈建功教授的研究生。

1956年9月，李训经考取复旦大学数学系函数论专业副博士研究生，师从著名数学家陈建功，学习函数逼近论。复旦大学创建于1905年，是中国少数几所有国际声誉的名校之一。“复旦”二字由该校创始人马相伯先生选定，出自《尚书大传·虞夏传》中“日月光华，旦复旦兮”的名句，意在自强不息。自1952年全国高校院系调整起，由于苏步青和陈建功等名家的加盟，复旦大学数学系师资力量十分雄厚，成为我国数学研究和教育的中心之一。李训经的导师陈建功先生（1893-1971）是我国近代数学的奠基人之一，1955年被选为中国科学院数学学部学部委员。

李训经在研究生阶段主要研究级数的Cesàro求和法及其在复变函数逼近论中的应用。他在这方面的主要工作“解析函数用它的法巴级数的蔡查罗平均数来匀迫”和“蔡查罗求和法在巴拿赫空间”分别发表在1960年的《复旦大学学报》



和《数学学报》上。值得指出的是，在那个“极左”的年代，往国外投寄文章几乎可等同于里通外国。因此，将最好的工作投到《数学学报》是那个时代国内绝大多数数学家的首选，由此可以想象当时的研究生要在那里发文章是多么的困难。据悉，这些结果发表多年后还有论著引用。研究生阶段的数学训练使李训经终身受益。直到晚年，李训经对他的同事和学生提及恩师陈建功时，其感激之情仍溢于言表。

1959年1月，李训经研究生毕业后留在复旦大学数学系工作。由于复旦大学数学系学科发展的需要，李训经开始跟随金福临教授从事常微分方程的教学和研究工作，并于1962年出版了合著教材《常微分方程》（这本教材于1984年再版，被许多高校选为教学用书或参考书）。几乎与此同时，他开始涉足控制理论领域，并在金福临主持的讨论班上学习大数学家列夫·庞特里亚金（Lev S. Pontryagin）等人的经典著作《最佳过程的数学理论》（俄文版）。李训经还参与了该书的

文翻译校对，并且在绝对稳定性和快速最佳控制等方面做了一些工作。他的有关工作“时滞系统的绝对稳定性”和“线性系统的快速控制”（与谢惠民合作）分别发表在1963年的《数学学报》和1964年的《复旦大学学报》上。这些工作是对当时蓬勃发展的现代控制理论的有益补充。事实上，在20世纪50-60年代，线性系统的时间最优控制问题是一个非常活跃的领域。在“线性系统的快速控制”一文中，李训经等利用向量值测度证明：就有限维线性控制系统而言，其能达集在控制函数取值于任意有界闭集时必是凸的，并给出一般形式下最优时间的计算公式。这些结果，即使今天看来，仍然有相当的价值。

正当李训经和他的同事们准备在控制理论这一新的数学分支里大显身手的时候，中国开始了“文化大革命”。

二、动乱岁月

“文化大革命”期间，教学和科研受到极大的冲击。整整十年，理论研究几乎完全陷于

停顿。不过，李训经在这段动乱岁月中并没有做“逍遥派”。他响应“理论联系实际”的号召，开始了工业应用数学方面的科研工作。1966年至1967年，李训经带领团队在上海炼油厂搞反馈软件，使其进一步加深了对工程控制论的理解。1970年代，李训经带领学生和同事们在上海炼油厂、金山石油化工厂、上海矽钢片厂、上海第十玻璃瓶厂、上海味精厂等单位深入实际，从实际问题中研究控制理论应用，以典型课题带动教学。1979年初在宝山钢铁公司举办《宝钢数学模型班》，消化日本设备的有关技术，为宝钢培养了大批骨干人才。20世纪70年代末，李训经还到浙江衢州化工厂，为石油化工部办短期培训班，推广上海炼油厂的一套经验。李训经还曾与当年浙江大学工程控制论方面的著名学者吕勇哉合作搞常压蒸馏塔自动控制，融合不同的学科，带领具有不同背景的人员一起开展理论研究和革新。李训经主持完成的“常压蒸馏航空煤油质量控制的数学模型”项目获得1977年“上海市重大科学技术优秀成果奖”。该项目是我国自行研制的用于大工业生产控制的第一个数学模型。

这段经历对李训经在动乱结束后重新从事创造性研究工作、恢复学术青春、特别是升华他的学术品位发挥了一定的作用。他经常对他的学生或同事们说，好的数学往往能解释物理学家或工程师们认为是正确的现象。所以他特别强调，应用数学研究要讲清背景，不能“无病呻吟”。其实，历史上截至19世纪末，一个有成就的数学家往往在应用方面也有相当的造诣。那时的数学家除了数学的抽象世界之外，他们的脑海中还有一个充满了各种自然现象的真实世界。大家知道，为了解释观察到的大量天体运行的资料，解释天体运行的基本规律（开普勒三大定律），牛顿建立起天体运行的数学模型，提出了划时代的三大

力学定律和万有引力定律。但是，力学定律的内涵超越了那个时代传统数学的范围，牛顿不得不开拓新的领域，发明了微积分，然后再用微积分、力学定律和万有引力，求得了行星运行的规律。可以说，牛顿同时是现代纯粹数学和应用数学的鼻祖。

三、艰难起步

1976年深秋，持续十年的“文化大革命”终于结束了。这场浩劫全面拉开了中国同世界主要国家在经济、文化特别是科学技术等各个方面的巨大差距。然而，没有哪一次巨大的历史灾难不是以历史的进步为补偿的。人心思定，大乱后必大治！

“文化大革命”结束时，李训经已年逾四旬。孔子曰：“四十而不惑”。可是，数学界的普遍看法是，对绝大多数数学家而言年过四十岁则意味着从事创造性数学工作的黄金年龄已经过去。不过，人有少年得志也有大器晚成，机缘时运不同而已。天道酬勤，上天会眷顾每一个努力上进的人，命运也会垂青那些永不放弃的人们。

1977年恢复高考，高等学校的科研和教学重新兴旺起来。面临十年停顿带来的落后，当时还是讲师的李训经思考新的科研起点。首先，他仍然觉得最优控制理论是他的长项和兴趣所在；然而，通过查阅文献，他发现有限维系统最优控制理论已经比较完善，要作出有意义的创新成果，必须选择新的方向。根据自己的特点，他选择了无限维系统最优控制问题的研究作为出发点。

今天回过头来看，李训经当年的选择的确是审时度势、深思熟虑的。下面从控制论的发展历史来反思一下他的正确选择。熟知，控制论是由杰出的数学家诺伯特·维纳（Norbert Wiener）在20世纪40年代创立的，被公认为是20世纪最伟大的科学成就之一。控制论诞生后，得到了广泛

的应用与迅猛的发展。20世纪40-50年代是古典控制论时期。除维纳的经典工作外，这个时期的代表性成果还有我国著名科学家钱学森创立的工程控制论。在20世纪50年代中期，迅速兴起的空间技术的发展迫切要求建立新的控制理论，以解决诸如把人造卫星用运载火箭以最少燃料或最短时间准确地发射到预定轨道之类的控制问题。这类控制问题十分复杂，采用古典控制论难以解决。1958年，庞特里亚金提出了被称为最大值原理的最优控制的新方法。在这之前，理查德·贝尔曼（Richard Bellman）于1954年创立了动态规划方法，并在1956年应用于控制过程。他们的研究成果解决了空间技术中出现的复杂控制问题，并开拓了控制理论中最优控制理论这一新的分支。1960年，鲁道夫·卡尔曼（Rudolf E. Kalman）等建立了Kalman滤波理论。这样，在20世纪60-70年代，一套以状态空间方法为基础，用以分析和设计控制系统的新的原理和方法已经确立，这标志着现代控制理论的形成。遗憾的是，由于“文化大革命”的原因，李训经错过了这段控制理论发展的黄金时代。但现代控制理论的经典结果主要是针对较为简单的确定性有限维系统。随着应用背景的进一步扩大，人们迫切需要建立无限维系统、随机系统等诸多更为复杂系统的控制理论。自20世纪70年代以来，控制理论得到更为迅速的发展，其中新结果、新方法和新思想层出不穷，有如百舸争流。这样，传统意义下（有特定含义）的现代控制理论已难以囊括控制理论的全貌尤其是其这段时期的发展，所以，将后者称之为现代控制科学，应该更为恰当些。正是在这样的大环境下，李训经回到了他所钟爱的控制理论研究。

机遇和挑战总是一对孪生兄弟。我们现在几乎无法想象李训经当时重新回到科研工作上的困

难程度。那时，他年逾不惑，有繁重的教学任务，没有名家指点，图书资料也极为匮乏，更没有成型的学术团队。李训经只好带领当年还是助教的姚允龙开始了无限维最优控制理论方面的探索。1978年，他们首先对无限维线性系统的时间最优控制问题的研究获得了突破。他们发现：一般而言，无限维线性系统的能达集未必是凸的，这与有限维情形有本质区别。同时，他们也证明：尽管无限维线性系统的能达集本身未必是凸的，但其闭包一定是凸的。由此，利用无限维空间的凸集分离性定理，他们得到了无限维线性系统时间最优控制的最大值原理。他们的文章发表在《中国科学》上，引起了国内外同行的重视。1981年，李训经参加了在日本京都召开的国际自动控制联合会世界大会，并在一个分组会上报告了该工作。同时，他还应邀担任了一个分组会议的主席，这在当时改革开放初期是非常少见的。1985年，李训经等在这方面的的工作获得国家教委“科技进步二等奖”。

在随后的几年中，李训经和姚允龙一起深入研究了向量值测度在无限维最优控制理论中的应用。他们的目的是证明一般半线性发展型无限维系统具有终端约束的最优控制所满足的最大值原理。在有限维情形中，庞特里亚金等人证明的最大值原理只需要系数的可微性和终端约束集的凸闭性。而在无限维情形，有反例表明，最大值原理可能不成立。这样，寻求使得最大值原理成立的条件就成为一个很有意义的问题。在深入的研究中，李训经和姚允龙发现了一个非常重要的条件：终端约束集的有限余维数条件。1985年，他们证明：对于一般半线性发展型无限维系统，如果终端约束集满足有限余维数条件，则最优控制满足最大值原理。1989年，李训经等在这方面的的工作获“国家自然科学基金四等奖”。

四、复旦学派

谁说四十岁后的人就不能从事创造性的数学工作？李训经不服气！到了20世纪90年代中后期，他与同事和学生聊天时，常说前述的“四十岁”应改为“六十岁”才更为恰当。李训经身上的那种永不畏惧、永不妥协和永不服输的精神深深地影响了他的同事和学生们。也正是由于这种精神，他四十岁后在数学控制论方面的工作如井喷一样爆发出来。他的事业恰似滚雪球，勇敢往前推，愈推愈大。

数学控制论可分为有限维系统的控制理论、无限维系统的控制理论和随机系统的控制理论三大部分。在实际问题中，有限维系统往往只是无限维系统一定程度上的近似。因此，从理论上来说，无限维系统是更为真实的物理模型。就应用角度而言，尽管工程上尤其是从计算机实现的角度来看，近似模型的研究更有实际意义，但对更为真实的模型的研究有助于给出合理的近似模型，特别是从控制论的角度来看，有助于给出合理的控制律。另一方面，几乎所有有实际意义的随机控制系统也都是无限维控制系统。因此，无限维控制系统理论是整个数学控制论的极为重要的组成部分。如前所述，“文化大革命”结束后，李训经很快开始了无限维控制系统理论的研究，并在1985年与姚云龙一起对有终端约束的无限维系统引入了有限余维数条件，证明了最优控制的最大值原理。他们开创性的工作获得了国际同行如美国加州大学洛杉矶分校数学系H. O. Fattorini教授等的高度评价。1987年底，师从数学控制论专家L. D. Berkovitz的雍炯敏从美国回到复旦大学数学系工作，成为了李训经新的合作伙伴和助手。1989年，李训经与雍炯敏合作，利用Ekeland变分原理证明了一般半线性发展型无限维系统具有终初端混合约束的最优控制

所满足的最大值原理，完善了适用于无限维控制系统最大值原理证明的“针状变分技术”。基于这个方法，后人相继给出了各种形式的无限维系统最优控制的最大值原理。有限维最优控制理论有三个公认的里程碑工作，即前面提到的庞特里亚金、贝尔曼和查尔曼等人的工作。李训经和他的合作者的工作主要围绕的就是这三个里程碑工作之一的庞特里亚金最大值原理在无限维空间的表现形式。1995年，李训经与雍炯敏合作在美国的Birkhauser出版社出版了专著《Optimal Control Theory for Infinite Dimensional Systems》，在国内外控制理论界产生了相当的影响。该书从上述三个里程碑工作的高度比较完整地总结了到当时为止的非线性确定性无限维系统最优控制理论的最新成果，其中许多工作是复旦大学控制理论研究群体自己的工作，被H. O. Fattorini在英国剑桥大学出版社出版的“数学及其应用百科全书”之一的《Infinite Dimensional Optimization and Control Theory》中公开誉为“复旦学派”的工作。1999年，李训经和他的合作者在这方面的工作获上海市科技进步一等奖。

值得指出的是，H. O. Fattorini评价的仅仅是“复旦学派”工作的一部分。事实上，“复旦学派”的工作还包含更为精彩的内容：随机控制理论、随机微分方程和数学金融学等方面的系列工作。在这些方面，李训经是先驱者、倡导者、组织者和推动者。

我们生活的世界充满了不确定因素，要完全准确地预测未来是不可能的，即所谓“天有不测风云”。牛顿和拉普拉斯的机械决定论一般只适用于宏观世界中的理想情形，而对于微观领域以及客观世界中大量存在的偶然现象的研究就产生了统计决定论。这样，从控制论的角度来看，研究随机系统控制理论具有基本的、重要的

科学意义和实际价值。随机系统是指含有内部随机参数、外部随机干扰和观测噪声等随机变量的系统。一般地，对其中的随机变量，人们只能了解它的某些统计特性。随机系统是不确定性系统的一种，其不确定性是由随机性引起的。严格地说，任何实际的系统都含有随机因素，只是在很多情况下可以忽略这些因素。当这些因素不能忽略时，按确定性控制理论设计的控制系统的行为就会偏离预定的设计要求，有时甚至可能“差之毫厘，失之千里”。飞机或导弹在飞行中遇到的阵风，在空间环境中卫星姿态和轨道测量系统中的测量噪声，各种“利好”或“利空”消息对股票市场的影响，生产过程中的种种随机波动等，都是随机干扰和随机变量的典型例子。随机控制系统的应用很广，涉及航天、航空、航海、军事、工业过程控制、金融衍生证券市场、经济模型的控制，乃至生物医学等。

早在“文化大革命”结束时，李训经确定自己的研究方向时已经将随机控制作为下一个涉足的领域。只是由于那时无限维系统最优控制的研究占据了他的主要精力以及当时其知识结构等因素的限制而使他暂时无法全身心投入。不过，从1982年下半年起，李训经就已经指导他的硕士研究生马进和王银平学习和探索随机控制理论，从而开始了复旦大学控制科学的随机控制研究方向。从1984年下半年开始的为期一年的时间里，李训经访问了美国的一些大学，包括布朗大学、普渡大学、密歇根州立大学，以及法国国家信息与自动化研究所（INRIA）。通过与国际同行的交流，尤其是在与国际随机控制专家、布朗大学的W. H. Fleming的切磋后，他深切地认识到复旦大学应该加快发展随机控制研究方向。于是，回国后他将首次在复旦大学招收的两位博士研究生周迅宇和胡瑛的研究方向确定为随机最优控制。

从那时起，随机控制便成为李训经主持的讨论班上的主要专题之一。当时，经常参加李训经讨论班的除了上述两位博士研究生以外，还有复旦大学讲授随机分析的徐家鹄副教授、硕士毕业留校工作的马进，和执教于浙江大学数学系的陈叔平博士。1988年起，从美国回到复旦大学工作的雍炯敏博士和师从著名数学家、随机控制专家A. Bensoussan和随机分析专家E. Pardoux的彭实戈博士（他刚从法国来到复旦大学数学研究所跟随李训经做博士后）也成了讨论班的主要参与者。

当年李训经的讨论班学术气氛很热烈，有两个主攻方向：一是无穷维系统最优控制问题；二是随机最优控制问题。对于无穷维最优控制问题，最关心的是，在什么样的条件下，最大值原理对半线性发展系统、半线性和拟线性偏微分方程系统成立。而对于随机最优控制问题，最关心的是如何建立允许扩散项退化并含控制且控制区域未必凸的随机控制系统最大值原理。那是一个硕果累累的年代，产生了一批令国际同行刮目相看的研究成果。例如前述李训经与雍炯敏关于无穷维控制系统的庞特里亚金最大值原理，雍炯敏关于一般半线性和拟线性椭圆和抛物型方程最优控制的最大值原理；彭实戈关于扩散项含控制时的一般随机最大值原理，以及由此导出的倒向随机微分方程的一般理论，推广的Feynman-Kac公式，和后来的非线性数学期望等等；周迅宇关于庞特里亚金最大值原理和动态规划方法之间的关系；李训经和汤善健关于带跳的随机系统的最大值原理；陈叔平、李训经和周迅宇关于随机线性二次不定指标最优控制的理论；马进和雍炯敏以及胡瑛和彭实戈关于正倒向随机微分方程的一般理论，等等。

90年代初，Pardoux和彭实戈关于非线性倒向随机微分方程的理论在数学金融学领域里产生

了远远意想不到的影响。随着国际上人们对金融市场的日益关注，数学金融学越来越成为人们试图探索的领域。作为一名成熟、不甘于故步自封的数学家，李训经敏锐地感到数学金融学应该是他的团队下一个进军的目标。于是他从1990年代中期开始，在各种场合下向人们宣扬数学金融学的重要性。他联合了另外七位数学家共同向国家自然科学基金委员会建议“金融数学——金融工程——金融管理”重大项目的立项。在他和他的同事们的共同努力下，国家自然科学基金委员会于1997年将此项目作为“九五重大项目”立项，并组织了以彭实戈作为首席科学家的重大项目的实施。从而实质性地推动了我国数学金融学的研究。

五、桃李芬芳

李训经是一位严谨和严肃的学者，更是一名杰出的数学教育家。他在教书育人方面做出了非常突出的贡献，为国家培养了一批优秀人才，为控制科学及相关领域带出了一支具有国际影响的科研队伍。

在国内数学界和控制理论界，李训经素以严格著称。他待人待己均严。对学生的严格使得他有“杀手”之誉。在他组织的控制论讨论班上，任何一个学生都别想蒙混过关！在国内有个说法“没有不能毕业的博士（硕士）”。但在这样的大环境下，李训经对他的硕士研究生、博士研究生、甚至博士后，始终严格要求。如果不合格，就予以毕业。他曾经解释过他这样做的原因：大家都对时下无孔不入的假冒伪劣产品深恶痛绝，他力争在他手下毕业的学生中没有假冒伪劣产品！李训经自身对科学和科学事业则更为严谨，在他的身上不难发现他对科学的忠诚和敬业精神。在时下科学家职业化的今天，这些精神尤其难能可贵！

李训经培养学生最大的特点是“授人以渔，而不是授人以鱼”。他常常给学生和年轻同事建议一些重要的研究方向，并将自己的关键想法毫无保留地说出来。然而，他似乎从来没有具体出过题目。李训经总是鼓励学生去开拓他自己并不熟悉的研究领域，注重让学生自己选题和寻找有意义的方向。他很形象地说：选题的关键是看这个问题是“大N中的 ε ，还是 ε 中的大N”。他告诫他的学生，不要满足于仅解决他人提出的问题。他曾经毫不客气地说：“至少就应用数学而言，只会做别人提出的公开问题的人是没有太大出息的”。

李训经对周围年轻教师的关心和培养也倾注了非常的心血。一方面他对年轻教师严格要求，充分信任，把他们尽可能地推到科学研究和研究生教学的第一线，促使他们快速成长。另一方面，在必要的时候，他主动为年轻教师承担教学任务，揽去行政事务，尽量为他们创造出国访问的机会，以增强年轻教师自身的对外交流能力。

李训经不仅仅关心自己的研究生和身边的年轻教师，他对本科生的培养也是真舍得花时间。他倡导并亲自主持本科二年级学生的课外讨论班，培养学生对数学的兴趣。另外，在年事已高的情况下，仍然一丝不苟地修改本科控制理论的基础教材，甚至在病重期间依然如故。

值得欣慰的是，将“桃李满天下”用在李训经身上无疑是恰当的。除了前面提到的人以外，还有许多在国内各种岗位上担当重任，发挥着重要作用。直接接受过他的控制论讨论班熏陶的学者中，如今有1位成为中国科学院院士并应邀在2010年的国际数学家大会上做一小时大会报告，有2位在该次会议上做45分钟邀请报告，有1位在2014年的国际数学家大会上做45分钟邀请报告，有5位曾先后应邀担任数学控制理论

界的国际主要期刊《SIAM Journal on Control and Optimization》的编委，有7位在欧美发达国家著名大学做终身教授等等。随着时间的推移，有如薪火相传，李训经的学术思想和精神将通过他的学生，以及学生的学生进一步发扬光大。

六、李训经主要论著目录

- [1] 蔡查罗求和法在巴拿赫空间, 数学学报, 10 (1960), 41–54.
- [2] 时滞系统的绝对稳定性, 数学学报, 13 (1963), 558–573.
- [3] Time optimal control of distributed parameter systems, *Scientia Sinica*, 24 (1981), 455–465 (with Y. Yao).
- [4] Maximum principle of distributed parameter systems with time-lags, *Lecture Notes in Control & Inform.*, 75 (1985), 410–427 (with Y. Yao).
- [5] Maximum principle of optimal periodic control for functional differential systems, *J. Optim. Theory & Appl.*, 50 (1986), 421–429.
- [6] N-person differential games governed by infinite dimensional systems, *J. Optim. Theory & Appl.*, 50 (1986), 431–450.
- [7] Maximum principle of optimal controls for functional differential systems, *J. Optim. Theory & Appl.*, 54 (1987), 335–360 (with S. N. Chow).
- [8] Necessary conditions for optimal control of distributed parameter systems, *SIAM J. Control Optim.*, 29 (1991), 895–906 (with J. Yong).
- [9] The effect of small time delays in the feedback on boundary stabilization, *Science in China, Ser. A*, 36 (1993), 1435–1443 (with K. Liu).
- [10] A linear quadratic optimal control problem with disturbances –an algebraic Riccati equation and differential games approach, *Appl. Math. Optim.*, 30 (1994), 267–305 (with S. Chen, S. Peng, and J. Yong).
- [11] Necessary conditions for optimal control of stochastic systems with random jumps, *SIAM J. Control Optim.*, 32 (1994), 1447–1475 (with S. Tang).
- [12] *Optimal Control Theory for Infinite Dimensional Systems*, Birkhauser, Boston, 1995 (with J. Yong).
- [13] General necessary conditions for partially observed stochastic optimal controls, *J. Appl. Prob.*, 32 (1995), 1118–1137 (with S. Tang).
- [14] Stochastic verification theorems with the framework of viscosity solutions, *SIAM J. Control Optim.*, 35 (1997), 243–253 (with J. Yong and X. Y. Zhou).
- [15] Tracking control for nonlinear affine systems, *J. Math. Control & Inform.*, 14 (1997), 307–318 (with K. L. Teo and W. Q. Liu).
- [16] Stochastic linear quadratic regulator with indefinite control weight costs, *SIAM J. Control Optim.*, 36 (1998), 1685–1702 (with S. Chen and X. Y. Zhou).
- [17] Minimum period control problem for infinite dimensional system, *Chin. Ann. Math.*, 19B (1998), 113–128 (with L. Pan).
- [18] Synthesis of upper-triangle non-linear systems with marginal unstable free dynamics using state-dependent saturation, *Int. J. Control*, 72 (1999), 1078–1086 (with W. Lin).
- [19] A linear quadratic problem with unbounded control in Hilbert spaces, *Diff. Int. Eqs.*, 13 (2000), 529–566 (with H. Wu).
- [20] Necessary conditions for optimal control

of elliptic systems, *J. Austral. Math. Soc., Ser. B*, 41 (2000), 542–567 (with H. Gao).

参考文献

- [1] J. Ma and Y. You, A tribute in memory of Professor Xunjing Li on his seventieth birthday, *Control Theory and Related Topics (In Memory of Xunjing Li)*, S. Tang and J. Yong, eds., World Sci. Publ., Hackensack, NJ, 2007, 3–8.
- [2] 陈叔平, 彭实戈, 雍炯敏: 前言, *李训经数学论文选*, 复旦大学出版社, 2003, i–iii.
- [3] H.O. Fattorini, *Infinite Dimensional Optimization and Control Theory*, *Encyclopedia of Mathematics and its Applications*, vol. 62, Cambridge University Press, Cambridge, 1999.