

# 欠驱动吊车负载水平运送及落吊有界跟踪消摆控制方法

孙宁<sup>1</sup>, 方勇纯<sup>1\*</sup>

1. 南开大学机器人与信息自动化研究所, 天津 300071

E-mail: {sunn,yfang}@robot.nankai.edu.cn

**摘要:** 对于吊车系统而言, 其水平负载运送及落吊过程中的防摆控制对其安全及效率具有重要意义; 另一方面, 已有的吊车控制方法均仅能保证闭环系统的(跟踪)误差信号渐近收敛, 而无法保证整个过程中误差信号的变化范围。为此, 本文提出了一种新型的吊车消摆控制策略, 能够同时实现负载的落吊运动及水平运送, 有效地抑制整个工作过程中的负载摆动。不同于已有的吊车控制策略, 该方法可根据实际需求预先设定跟踪误差的变化范围, 并能在理论上保证台车在水平方向、负载在竖直方向上的跟踪误差始终保持在设定的范围内, 并最终收敛于零。文中借助 Lyapunov 方法对闭环系统信号的有界性及收敛性进行了分析。数值仿真与实际实验结果均表明本文方法具有良好的控制性能, 对外界扰动具有较好的鲁棒性。

**关键词:** 欠驱动吊车, 轨迹跟踪, 消摆控制, 有界跟踪

## Bounded Tracking and Anti-Swing Control of Underactuated Cranes for Payload Transportation and Lowering

SUN Ning<sup>1</sup>, FANG Yongchun<sup>1\*</sup>

1. Institute of Robotics and Automatic Information System, Nankai University, Tianjin 300071

E-mail: {sunn,yfang}@robot.nankai.edu.cn

**Abstract:** For crane systems, anti-swing control for the payload horizontal transferring and vertical lowering processes is of significant importance to safety and efficiency. On the other hand, existing crane control methods can only achieve asymptotic stabilization/tracking results, while the varying ranges of error signals during the control process cannot be ensured. To address the control problem, we present a novel swing elimination control scheme that can effectively minimize the payload swing angle while achieving precise horizontal and vertical tracking control. In addition, different from all existing crane control methods reported in the literature, the proposed method admits us to preset the allowable tracking error bounds in advance; it can theoretically guarantee the tracking errors, both horizontally and vertically, to be always within the preset bounds and then converge to zero. Lyapunov techniques are utilized to analyze the boundedness and convergence of all closed-loop signals. Both numerical simulation and experimental results confirm the superior performance of the proposed method and show that it is robust with respect to external disturbances.

**Key Words:** Underactuated Cranes, Trajectory Tracking, Swing Elimination, Bounded Tracking

### 1 引言 (Introduction)

近年来, 欠驱动机电系统的控制问题得到了研究人员的广泛关注<sup>[1], [2]</sup>。该类系统的控制输入数少于其自由度, 较完全驱动系统具有灵活性高、成本低等优点。桥式吊车是最为常见的欠驱动机电系统之一, 在工业领域得到了广泛的应用, 如铁路建设、重物搬运、海港货物装卸等。吊车的控制过程由如下三步组成: 1) 将负载竖直地提升到一定(安全)高度; 2) 台车拖动负载移动到目标位置上方; 3) 将负载落吊至目标位置处。一般而言, 吊车先从轮船、货车等货物堆积处将负载竖直升至一定高度; 然后开始水平运送, 并保证该过程中负载摆角不要过大, 且在到达目标位置上方时要足够小, 以防在第3步落吊时负载放置不准或与周围货物发生碰撞。在大多数情况下, 负载在第1步竖起吊的过程中不会有大的摆角(此阶段台车未动, 不会激发摆动), 而在第2步的过程中及结束时, 由于惯性及外界干扰等原因, 负载会产生大的摆动, 影响第3

步的落吊过程。为此, 本文将着重针对第2、3步的操控流程设计一种有效的控制策略, 同时进行负载的水平运送、落吊及消摆, 以提升整个系统的工作效率。

对于吊车而言, 由于系统的欠驱动特性, 台车的快速定位与负载摆动抑制这两个控制目标相互矛盾, 这一点在绳长时变的情况下(如落吊时)尤为突出。针对固定绳长(即仅考虑第2步)吊车的负载消摆运送, 国内外学者已经进行了广泛的研究并取得了很多有意义的成果, 如最优控制<sup>[3], [4]</sup>、轨迹规划<sup>[5]–[7]</sup>、输入整形<sup>[8]</sup>、基于能量/无源的方法<sup>[9]–[13]</sup>、部分反馈线性化<sup>[14]–[16]</sup>、切换控制<sup>[17]</sup>、饱和控制<sup>[18]</sup>、滑模控制<sup>[19]</sup>、智能方法<sup>[20]–[22]</sup>等。然而, 当负载存在竖直方向运动时, 吊绳长度由参数转换为变量, 在负载摆动时, 绳长变化能进一步激发负载摆动。因此, 已有的固定绳长吊车控制方法难以适用于绳长时变的情形。为此, 研究人员针对变绳长的吊车系统控制问题进行了一系列的工作<sup>[23]–[26]</sup>。例如, Banavar 等人成功地将 IDA-PBC (interconnection and damping assignment passivity-based control) 方法应用于变绳长的吊车系统控制, 保证了系统状态的渐近收敛; 文献 [26] 提出了一种基于模糊逻辑

此项工作得到“十二五”国家科技支撑计划课题 (2013BAF07B03) 及教育部博士研究生学术新人奖 ((190)H0511009) 资助。

\*本文通讯作者。

的自适应控制策略,实现了系统的快速镇定。

遗憾的是,已有的变绳长吊车控制方法,如文献[23]–[26],大多为镇定控制方法。而从实际应用的角度出发,操作人员更希望台车/负载能沿着一条预设的轨迹在水平/竖直方向上平稳地运动,这样不仅可以提高效率,还能消除镇定控制所具有的初始控制力矩大的弊端。在文献[27]中, Lee 等人提出了一种变绳长的吊车跟踪控制方法,但该控制器不光滑,需要较多假设条件,且仅能保证跟踪误差渐近收敛,无法保证暂态跟踪性能。实际上,由于桥式吊车是一种强耦合的非线性系统,目前已有的吊车控制方法,无论是固定绳长还是变绳长,均仅能保证台车位移与绳长渐近收敛于/跟踪期望值(轨迹),即只能保证在时间足够长(取极限)时的收敛性能,而难以分析其暂态性能。然而,以跟踪控制为例,如果能保证台车位移及吊绳长度与期望轨迹的跟踪误差在任意时刻都保持在一个已知/设定的范围内(即暂态跟踪性能已知),并最终收敛于零,则具有非常重大的实际工程意义及性能保障。

基于上述问题,针对伴有负载落吊过程的桥式吊车系统,我们提出了一种新型的跟踪控制方法。该方法能快速地实现台车水平运送与负载落吊,同时有效地抑制并消除负载的摆角;此外,该方法能保证台车位移及绳长变化与期望轨迹之间的误差始终保持在预先设定的范围之内,并最终收敛于零。论文对所设计的方法进行了严格的数学分析,为其性能提供了理论支撑。为验证该方法的有效性,我们不仅进行了仿真测试,还在实验平台上进行了实验验证,并将其与已有方法的控制效果进行了对比,结果表明本文方法具有良好的控制性能及鲁棒性。

本文的主要内容如下。第2节将给出吊车模型并描述伴有负载落吊的吊车控制问题。第3节将进行控制器设计及其性能分析。在第4节中,我们将分别通过数值仿真及实验结果来验证本文方法的有效性。第5节是对本文主要内容的总结。

## 2 问题描述 (Problem Statement)

利用拉格朗日 (Lagrange) 法对伴有负载竖直方向运动的桥式吊车系统进行建模,可得如下动力学模型:

$$(M+m)\ddot{x} + ml\ddot{\theta}\cos\theta + m\dot{l}\dot{\theta}\sin\theta + 2m\dot{l}\dot{\theta}\cos\theta - ml\dot{\theta}^2\sin\theta = u_x - F_{rx}, \quad (1)$$

$$m\ddot{l} + m\ddot{x}\sin\theta - ml\dot{\theta}^2 - mg\cos\theta = u_l - d_l\dot{l}, \quad (2)$$

$$ml^2\ddot{\theta} + ml\ddot{x}\cos\theta + 2m\dot{l}\dot{\theta} + mgl\sin\theta + d_\theta\dot{\theta} = 0, \quad (3)$$

其中,  $\mathbf{q} \triangleq [x(t), l(t), \theta(t)]^\top$  表示系统状态向量,  $x(t)$ ,  $l(t)$ ,  $\theta(t)$  分别为台车水平位移、吊绳长度及负载关于竖直方向的摆角;  $u_x(t)$ ,  $u_l(t)$  分别为水平及竖直方向的控制量;  $M$ ,  $m$  为台车及负载质量;  $d_\theta\dot{\theta}(t)$ ,  $d_\theta \in \mathbf{R}^+$  项表示负载及吊绳在摆动时所受的阻力,  $F_{rx}(t)$ ,  $d_l\dot{l}(t)$  则分别表示台车与轨道之间以及吊绳在竖直方向运动所受的摩擦力。

在本文中,我们的控制目标为使台车(在水平方向)由初始位置  $x(0)$  运行至目标位置  $p_{dx}$ , 吊绳长度(在竖直方向)从  $l(0)$  逐渐变为  $p_{dl}$ , 同时充分抑制并消

除负载摆动,提高系统的工作效率及安全性,即:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = p_{dx}, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} l(t) = p_{dl}, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \theta(t) = 0. \quad (4)$$

对于实际吊车系统而言,吊绳伸长意味着负载落吊,反之则对应负载升吊。由于本文考虑吊车的落吊过程,因此  $p_{dl} > l(0)$ 。考虑到负载运送及落吊的平稳性,本文采用跟踪控制,即为台车的水平运动及负载的竖直运动分别规划期望轨迹  $x_d(t)$  与  $l_d(t)$ 。在此,选取的期望轨迹应满足如下的约束条件。为方便描述,在此以  $x_d(t)$  为例进行描述,该约束条件同样适用于  $l_d(t)$ 。

**约束条件:** 期望轨迹  $x_d(t)$  随时间由初始位置  $x_d(0)$  逐渐收敛到设定位置  $p_{dx}$ , 且  $|x_d(t)| \leq p_{dx}$ , 其前三阶导数满足  $0 \leq \dot{x}_d(t) \leq v_{\text{sup}}$ ,  $|\ddot{x}_d(t)| \leq a_{\text{sup}}$ ,  $|x_d^{(3)}(t)| \leq j_{\text{sup}}$ ,  $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{x}_d(t) = 0$ ,  $\lim_{t \rightarrow \infty} \ddot{x}_d(t) = 0$ , 且  $0 < \dot{x}_d(0) < v_{\text{sup}}$ , 其中,  $v_{\text{sup}}$ ,  $a_{\text{sup}}$ ,  $j_{\text{sup}} \in \mathbf{R}^+$  分别代表相应的上界值。

由上述约束条件知:

$$x_d(t), \dot{x}_d(t), \ddot{x}_d(t), x_d^{(3)}(t) \in \mathcal{L}_\infty. \quad (5)$$

此外,利用分部积分,不难求得如下结论:

$$\int_0^t \ddot{x}_d^2(\tau) d\tau = \ddot{x}_d(\tau)\dot{x}_d(\tau)|_0^t - \int_0^t x_d^{(3)}\dot{x}_d d\tau. \quad (6)$$

根据约束条件知,  $|x_d^{(3)}(t)| \leq j_{\text{sup}}$  且  $\dot{x}_d(t) \geq 0$ , 因此式(6)可进一步放缩如下:

$$\begin{aligned} \int_0^t \ddot{x}_d^2(\tau) d\tau &\leq \ddot{x}_d(t)\dot{x}_d(t) - \ddot{x}_d(0)\dot{x}_d(0) + j_{\text{sup}}x_d(t) \\ &\quad - j_{\text{sup}}x_d(0) \\ &< 2v_{\text{sup}}a_{\text{sup}} + 2j_{\text{sup}}p_{dx} \triangleq I_{\text{sup}} \ll +\infty \\ &\implies x_d(t) \in \mathcal{L}_2. \end{aligned} \quad (7)$$

式(5)与(7)的结论将用于下文的分析。

**注1:** 上述约束条件是为了保证期望轨迹的光滑性,一方面是使期望轨迹易于跟踪,另一方面对执行器具有保护作用。该约束条件要求期望轨迹的加加速度(jerk, 三阶导数)有界,若加加速度无穷大则意味着加速度不连续,在实际应用时不仅会给执行器带来极高的要求而不易实现,且容易对其造成损伤。此外,要求期望轨迹的导数满足  $\dot{x}_d(t) \geq 0$  是为了尽可能地避免台车的往复运动,以降低不必要的能耗,提高运行效率。

## 3 控制器设计及性能分析 (Controller Development and Performance Analysis)

在本节,我们将设计一种新颖的跟踪控制策略,使得台车水平位移及吊绳长度快速地跟踪设定轨迹以到达目标位置,同时高效地抑制整个过程中的负载摆角。此外,本文方法可确保台车位移及绳长变化的跟踪误差始终保持在预先设定的界内,并最终收敛为零,很好地保证跟踪的暂态性能。因此,在使用本方法时可根据实际工程需求方便地设定跟踪误差的范围。

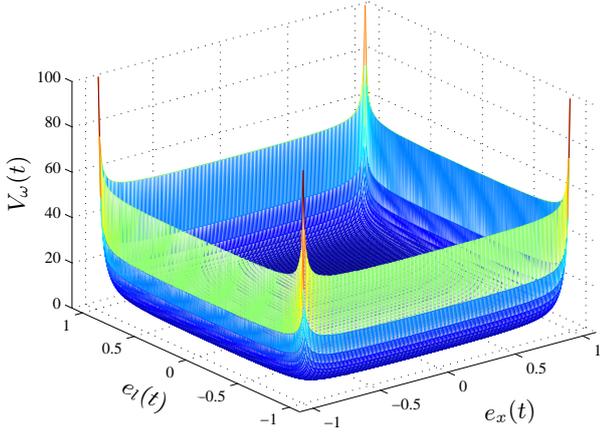


图 1: “势”函数示意图 (该示意图所用参数为  $\xi_x = \xi_l = 0.9996$ ,  $-0.99 < e_x(t)$ ,  $e_l(t) < 0.99$ ,  $\lambda_{\omega x} = \lambda_{\omega l} = 1$ )

### 3.1 控制器设计 (Control Law Design)

为实现控制目标, 定义如下误差信号:

$$\mathbf{e}(t) \triangleq [e_x, e_l, e_\theta]^\top = [x - x_d, l - l_d, \theta]^\top. \quad (8)$$

此外, 桥式吊车系统的机械能可表示如下:

$$E(t) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^\top M_C(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} + mgl(1 - \cos \theta), \quad (9)$$

其中,  $M_C(\mathbf{q})$  表示如下正定对称矩阵:

$$M_C(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} M + m & m \sin \theta & ml \cos \theta \\ m \sin \theta & m & 0 \\ ml \cos \theta & 0 & ml^2 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

众所周知, 一个系统的能量可以反映其运动特性及所处的状态<sup>[28]</sup>, 当系统机械能衰减为零时, 系统稳定至平衡点。由于本文的控制目标是使  $\mathbf{e}(t) \rightarrow 0$ , 受此启发, 构造如下“整形”后的“能量”函数:<sup>1</sup>

$$V_e(t) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{e}}^\top M_C(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{e}} + \frac{1}{2} k_{px} e_x^2 + \frac{1}{2} k_{pl} e_l^2 + mgl(1 - \cos \theta). \quad (11)$$

式中,  $k_{px}, k_{pl} \in \mathbf{R}^+$  为随后即将引入的控制增益。

为了在整个控制过程中使跟踪误差  $e_x(t)$ ,  $e_l(t)$  保持在如下设定界内:

$$|e_x(t)| < \xi_x, |e_l(t)| < \xi_l, \quad (12)$$

受文献 [29], [30] 的启发, 我们构造如下“势”函数 (其示意图见图 1):

$$V_\omega(t) = \lambda_{\omega x} \frac{e_x^2}{\xi_x^2 - e_x^2} + \lambda_{\omega l} \frac{e_l^2}{\xi_l^2 - e_l^2}, \quad (13)$$

其中,  $\lambda_{\omega x}, \lambda_{\omega l} \in \mathbf{R}^+$  为正的控制增益。由式 (13) 可以看出, 当  $|e_x(t)| \rightarrow \xi_x$ ,  $|e_l(t)| \rightarrow \xi_l$  时,  $V_\omega(t) \rightarrow \infty$ 。在

<sup>1</sup>当  $l(t) > 0$  时,  $V_e(t)$  恒为正定标量函数。随后将证明, 在本文控制器 (17)–(18) 的作用下, 总能保证  $l(t) > 0$  成立。

实际应用时, 吊绳长度不能太短, 因此对于绳长变化的目标轨迹  $l_d(t)$  及误差界  $\xi_l$ , 我们选取:<sup>2</sup>

$$0 < l_d(0) = l(0) < p_{dl}, l_d(0) - \xi_l = l_e > 0, \quad (14)$$

其中,  $l_e \in \mathbf{R}^+$  表示正常数, 可根据实际情况选取。将  $V_e(t)$  与  $V_\omega(t)$  结合在一起, 可得:

$$V(t) = V_e(t) + V_\omega(t). \quad (15)$$

对其两边关于时间求导数并进行整理, 可得如下结论:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \left[ u_x + k_{px} e_x - (M + m) \ddot{x}_d - m \ddot{l}_d \sin \theta \right. \\ & \left. - m \dot{l}_d \dot{\theta} \cos \theta - F_{rx} \right] \dot{e}_x + \frac{2\lambda_{\omega x} \xi_x^2}{(\xi_x^2 - e_x^2)^2} e_x \dot{e}_x \\ & + \left[ u_l + k_{pl} e_l - m \ddot{x}_d \sin \theta - m \ddot{l}_d + mg - d_l \dot{l} \right] \dot{e}_l \\ & + \frac{2\lambda_{\omega l} \xi_l^2}{(\xi_l^2 - e_l^2)^2} e_l \dot{e}_l - (d_\theta + m \dot{l}_d) \dot{\theta}^2 \\ & - ml \cos \theta \dot{\theta} \ddot{x}_d + mg \dot{l}_d (1 - \cos \theta). \end{aligned} \quad (16)$$

基于式 (16) 的形式, 构造控制器如下:

$$\begin{aligned} u_x = & -k_{px} e_x - \frac{2\lambda_{\omega x} \xi_x^2}{(\xi_x^2 - e_x^2)^2} e_x - k_{dx} \dot{e}_x + (M + m) \ddot{x}_d \\ & + m \ddot{l}_d \sin \theta + m \dot{l}_d \dot{\theta} \cos \theta + F_{rx}, \quad (17) \\ u_l = & -k_{pl} e_l - \frac{2\lambda_{\omega l} \xi_l^2}{(\xi_l^2 - e_l^2)^2} e_l - k_{dl} \dot{e}_l + m \ddot{x}_d \sin \theta + m \ddot{l}_d \\ & - mg + d_l \dot{l}, \quad (18) \end{aligned}$$

其中,  $F_{rx}(t) = F_{r0x} \tanh(\dot{x}/\epsilon) - k_r |\dot{x}| \dot{x}$  为摩擦力前馈补偿项,  $\epsilon, F_{r0x}, k_r \in \mathbf{R}$  为摩擦参数<sup>[5]–[7], [13]</sup>。

那么, 本文所设计的控制器 (17)–(18) 能在保证台车、绳长跟踪期望轨迹的同时, 有效抑制并消除整个过程中的负载摆动, 具体结论如接下来的定理 1 所述。

### 3.2 信号分析 (Signal Chasing)

**定理 1:** 控制器 (17)–(18) 能将跟踪误差始终控制在如下范围内:  $|e_x(t)| < \xi_x$ ,  $|e_l(t)| < \xi_l$ , 且能使得台车位移  $x(t)$  渐近跟踪期望轨迹  $x_d(t)$ , 吊绳长度  $l(t)$  渐近跟踪  $l_d(t)$ , 即:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = x_d(t), \lim_{t \rightarrow \infty} l(t) = l_d(t). \quad (19)$$

同时, 负载摆角随时间收敛于零, 即:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \theta(t) = 0. \quad (20)$$

**证明:** 由初始条件的选取知:

$$0 < l_e < l(0) < p_{dl} < \bar{l}, e_x(0) = 0, e_l(0) = 0, \quad (21)$$

其中,  $l_e$  由式 (14) 所定义,  $\bar{l}$  为满足  $\bar{l} > p_{dl} + 2\xi_l$  的正常数。根据  $l(t)$  的变化, 在此分两种情形展开证明, 即情

<sup>2</sup>为合理起见, 在选取期望轨迹时, 其初始值  $l_d(0)$ ,  $x_d(0)$  与  $l(0)$ ,  $x(0)$  保持一致。此外, 在实际中, 当负载处于最高位置时, 负载与台车之间在竖直方向有一定的距离, 即  $l(0) > 0$  是合理的。

形 1)  $l(t)$  始终在范围  $\{l(t) : l_e < l(t) < \bar{l}\}$  内变化; 情形 2)  $l(t)$  不会一直在  $\{l(t) : l_e < l(t) < \bar{l}\}$  内变化。随后的证明过程将说明只有情形 1 成立。

**情形 1:**  $l(t)$  始终在范围  $\{l(t) : l_e < l(t) < \bar{l}\}$  内变化。由式 (21) 易知  $e_x(0) = 0 < \xi_x$ ,  $e_l(0) = 0 < \xi_l$ , 在此选取由式 (15) 所定义的标量函数  $V(t)$  进行分析, 对其两边关于时间求导可得式 (16)。将式 (17)–(18) 代入 (16), 并整理可得如下结果:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & -k_{dx}\dot{e}_x^2 - k_{dl}\dot{e}_l^2 - (d_\theta + m\bar{l}l_d)\dot{\theta}^2 \\ & - ml \cos \theta \dot{\theta} \ddot{x}_d + mg(1 - \cos \theta) \dot{l}_d. \end{aligned} \quad (22)$$

借助  $\dot{l}_d(t) \geq 0$  (见约束条件),  $0 \leq 1 - \cos \theta(t) \leq 2$ , 以及代数—几何均值不等式的基本性质, 对式 (22) 进行放缩, 有:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -k_{dx}\dot{e}_x^2 - k_{dl}\dot{e}_l^2 - (d_\theta + m\bar{l}l_d)\dot{\theta}^2 + m\bar{l}|\dot{\theta}|\ddot{x}_d \\ & + 2mgl_d \\ \leq & -k_{dx}\dot{e}_x^2 - k_{dl}\dot{e}_l^2 + \frac{1}{2}d_\theta\dot{\theta}^2 + \frac{m^2\bar{l}^2\ddot{x}_d^2}{2d_\theta} \\ & - (d_\theta + m\bar{l}l_d)\dot{\theta}^2 + 2mgl_d \\ \leq & -k_{dx}\dot{e}_x^2 - k_{dl}\dot{e}_l^2 - \frac{1}{2}d_\theta\dot{\theta}^2 + \frac{m^2\bar{l}^2\ddot{x}_d^2}{2d_\theta} \\ & + 2mgl_d. \end{aligned} \quad (23)$$

对式 (23) 两边关于时间求积分, 可得:

$$\begin{aligned} V(t) \leq & V(0) - k_{dx} \int_0^t \dot{e}_x^2 d\tau - k_{dl} \int_0^t \dot{e}_l^2 d\tau - \frac{d_\theta}{2} \int_0^t \dot{\theta}^2 d\tau \\ & + \frac{m^2\bar{l}^2}{2d_\theta} \int_0^t \ddot{x}_d^2 d\tau + 2mg[l_d(t) - l_d(0)]. \end{aligned} \quad (24)$$

由  $V(0)$ ,  $l_d(t) \in \mathcal{L}_\infty$  及式 (7) 的结论, 可得对于任意  $t \geq 0$ , 恒有:<sup>3</sup>

$$V(t) < V(0) + \frac{m^2\bar{l}^2}{2d_\theta} I_{\text{sup}} + 2mgp_{dl} \ll +\infty. \quad (25)$$

由于初始状态满足  $|e_x(0)| = 0 < \xi_x$ ,  $|e_l(0)| = 0 < \xi_l$ , 如果  $|e_x(t)| \rightarrow \xi_x^-$  或  $|e_l(t)| \rightarrow \xi_l^-$ , 则根据式 (13) 与 (15) 可得  $V(t) \rightarrow +\infty$ , 显然这与式 (25) 的结论相矛盾, 故

$$|e_x(t)| \rightarrow \xi_x^-, |e_l(t)| \rightarrow \xi_l^-, \forall t \geq 0. \quad (26)$$

因此, 在初始条件为  $|e_x(0)| = 0 < \xi_x$ ,  $|e_l(0)| = 0 < \xi_l$  的情况下, 如下结论恒成立:

$$|e_x(t)| < \xi_x, |e_l(t)| < \xi_l. \quad (27)$$

进一步, 结合式 (14) 可知:

$$\begin{aligned} l(t) = & l_d(t) + e_l(t) > l_d(0) - \xi_l = l_e > 0, \\ l(t) = & l_d(t) + e_l(t) < p_{dl} + \xi_l < \bar{l} - \xi_l. \end{aligned} \quad (28)$$

<sup>3</sup>虽然随后可证明  $V(t)$  正定, 但式 (22)–(25) 的推导过程及结论并不要求  $V(t)$  是正定的。

由式 (27) 可知  $V_\omega(t) \geq 0$ , 再由式 (28), 得  $V_e(t)$  正定, 因此  $V(t)$  为正定。于是, 由式 (7)、(11)、(13)、(15)、(24)、(25), 结合  $x_d(t)$ ,  $l_d(t)$ ,  $\dot{x}_d(t)$ ,  $\dot{l}_d(t) \in \mathcal{L}_\infty$ , 可知:<sup>4</sup>

$$\begin{aligned} V(t) \in \mathcal{L}_\infty \implies & e_x(t), e_l(t), \dot{e}_x(t), \dot{e}_l(t), \dot{\theta}(t) \in \mathcal{L}_\infty, \\ \frac{e_x^2}{\xi_x^2 - e_x^2}, \frac{e_l^2}{\xi_l^2 - e_l^2} \in \mathcal{L}_\infty \implies & x(t), l(t), \dot{x}(t), \dot{l}(t) \in \mathcal{L}_\infty \\ \implies \frac{1}{\xi_x^2 - e_x^2}, \frac{1}{\xi_l^2 - e_l^2}, u_x(t), u_l(t), F_{rx}(t) \in \mathcal{L}_\infty. \end{aligned} \quad (29)$$

另一方面, 对式 (24) 进行移项, 结合式 (29) 的结论, 我们有:

$$\begin{aligned} & k_{dx} \int_0^t \dot{e}_x^2 d\tau + k_{dl} \int_0^t \dot{e}_l^2 d\tau + \frac{d_\theta}{2} \int_0^t \dot{\theta}^2 d\tau \\ \leq & -V(t) + V(0) + \frac{m^2\bar{l}^2}{2d_\theta} \int_0^t \ddot{x}_d^2 d\tau + 2mg[l_d(t) - l_d(0)] \\ \implies & \dot{e}_x(t), \dot{e}_l(t), \dot{\theta}(t) \in \mathcal{L}_2. \end{aligned} \quad (30)$$

对于吊车动力学方程, 将式 (2) 与 (3) 代入式 (1), 并整理可得:

$$M\ddot{x} = (u_x - F_{rx}) - (u_l - d_l\dot{l}) \sin \theta + \frac{d_\theta}{l} \dot{\theta} \cos \theta. \quad (31)$$

那么, 利用式 (29), 并进一步利用式 (2) 与 (3) 及期望轨迹所满足的性质, 可推知如下结论:

$$\begin{aligned} \ddot{x}(t) \in \mathcal{L}_\infty \implies & \ddot{\theta}(t), \ddot{l}(t) \in \mathcal{L}_\infty \\ \implies & \ddot{e}_x(t), \ddot{e}_l(t), \ddot{\theta}(t) \in \mathcal{L}_\infty. \end{aligned} \quad (32)$$

于是, 联立式 (29)、(30) 和 (32) 可知  $\dot{e}_x(t)$ ,  $\dot{e}_l(t)$ ,  $\dot{\theta}(t) \in \mathcal{L}_2 \cap \mathcal{L}_\infty$  且  $\ddot{e}_x(t)$ ,  $\ddot{e}_l(t)$ ,  $\ddot{\theta}(t) \in \mathcal{L}_\infty$ , 根据 Barbalat 引理, 可以直接得到:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{e}_x(t) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{e}_l(t) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\theta}(t) = 0. \quad (33)$$

进一步, 由  $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{x}_d(t) = 0$ ,  $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{l}_d(t) = 0$  (见约束条件) 可得:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{x}(t) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{l}(t) = 0 \implies \lim_{t \rightarrow \infty} F_{rx}(t) = 0. \quad (34)$$

为完成定理的证明, 需要进一步分析  $e_x(t)$ 、 $e_l(t)$  及  $\theta(t)$  的收敛性。为此, 将式 (17)–(18) 代入式 (31) 并整理, 有:

$$M\ddot{x}(t) = X_1(t) + X_2(t) \quad (35)$$

<sup>4</sup>当  $e_x^2 \rightarrow 0$  时, 由  $e_x$ ,  $\frac{e_x^2}{\xi_x^2 - e_x^2} \in \mathcal{L}_\infty$  可得  $\frac{1}{\xi_x^2 - e_x^2} \in \mathcal{L}_\infty$ ; 当  $e_x^2 \rightarrow 0$  时  $\frac{1}{\xi_x^2 - e_x^2} \rightarrow \frac{1}{\xi_x^2} < \infty$ ; 综合两种情况可知,  $\frac{1}{\xi_x^2 - e_x^2} \in \mathcal{L}_\infty$  成立。同理, 可得  $\frac{1}{\xi_l^2 - e_l^2} \in \mathcal{L}_\infty$ 。

其中:

$$X_1 = -k_{dx}\dot{e}_x + \frac{d\theta}{l}\dot{\theta}\cos\theta + (M+m)\ddot{x}_d + m\ddot{l}_d\sin\theta + m\dot{l}_d\dot{\theta}\cos\theta + k_{dl}\dot{e}_l\sin\theta - m\ddot{x}_d\sin^2\theta - m\ddot{l}_d\sin\theta \quad (36)$$

$$X_2 = -k_{px}e_x + k_{pl}e_l\sin\theta - \frac{2\lambda_{\omega x}\xi_x^2}{(\xi_x^2 - e_x^2)^2}e_x + \frac{2\lambda_{\omega l}\xi_l^2}{(\xi_l^2 - e_l^2)^2}e_l\sin\theta + mg\sin\theta. \quad (37)$$

由式 (33) 及期望轨迹的性质 (见约束条件) 易知:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} X_1(t) = 0. \quad (38)$$

此外, 由式 (29) 知  $X_2(t)$  的导数满足:

$$\dot{X}_2 = -k_{px}\dot{e}_x + k_{pl}\dot{e}_l\sin\theta + k_{pl}e_l\dot{\theta}\cos\theta + mg\cos\theta\dot{\theta} - 2\lambda_{\omega x}\frac{\xi_x^4\dot{e}_x + 3\xi_x^2e_x^2\dot{e}_x}{(\xi_x^2 - e_x^2)^3} + \frac{2\lambda_{\omega l}\xi_l^2(\xi_l^2 + 3e_l^2)\dot{e}_l\sin\theta}{(\xi_l^2 - e_l^2)^3} + \frac{2\lambda_{\omega l}\xi_l^2e_l\dot{\theta}\cos\theta}{(\xi_l^2 - e_l^2)^2} \in \mathcal{L}_\infty. \quad (39)$$

联立式 (34)、(38) 与 (39), 结合  $M > 0$ , 利用扩展 Barbalat 引理<sup>5</sup>可得:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} M\dot{x}(t) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} X_2(t) = 0 \implies \lim_{t \rightarrow \infty} \ddot{x}(t) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \left[ k_{px} + \frac{2\lambda_{\omega x}\xi_x^2}{(\xi_x^2 - e_x^2)^2} \right] e_x - \lim_{t \rightarrow \infty} mg\sin\theta - \lim_{t \rightarrow \infty} \left[ k_{pl} + \frac{2\lambda_{\omega l}\xi_l^2}{(\xi_l^2 - e_l^2)^2} \right] e_l\sin\theta = 0. \quad (40)$$

另一方面, 可将式 (3) 整理如下:

$$ml^2\ddot{\theta} = \underbrace{-mgl\sin\theta}_{\Theta_1} - \underbrace{ml\ddot{x}\cos\theta - 2ml\dot{\theta} - d_0\dot{\theta}}_{\Theta_2}. \quad (41)$$

经过类似的分析, 可得  $\dot{\Theta}_1(t) = -mgl\dot{\theta}\cos\theta - mgl\dot{\theta}\sin\theta \in \mathcal{L}_\infty$ ,  $\lim_{t \rightarrow \infty} \Theta_2(t) = 0$ . 由于  $l(t) > 0$  (见式 (28)) 且  $m > 0$ , 再次由扩展 Barbalat 引理, 可得:<sup>6</sup>

$$\lim_{t \rightarrow \infty} ml^2\ddot{\theta}(t) = 0 \implies \lim_{t \rightarrow \infty} \ddot{\theta}(t) = 0; \lim_{t \rightarrow \infty} mgl\sin\theta(t) = 0 \implies \lim_{t \rightarrow \infty} \theta(t) = 0. \quad (42)$$

进一步, 将式 (42) 代入式 (40) 得:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_x(t) = 0. \quad (43)$$

<sup>5</sup>扩展的 Barbalat 引理<sup>[31][32]</sup>: 如果函数  $f(t) : \mathbf{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbf{R}$  存在极限  $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = c$ , 其中,  $c \in \mathbf{R}$  表示常数, 且它关于时间的导数可以表示为  $\dot{f}(t) = g_1(t) + g_2(t)$  的形式, 其中,  $g_1(t)$  一致连续 (或  $\dot{g}_1(t) \in \mathcal{L}_\infty$ ),  $\lim_{t \rightarrow \infty} g_2(t) = 0$ , 则有  $\lim_{t \rightarrow \infty} g_1(t) = 0$ ,  $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{f}(t) = 0$ .

<sup>6</sup>式 (42) 利用了假设  $-\pi < \theta(t) < \pi$ . 值得说明的是, 对实际吊车系统而言, 负载不会到达台车上方, 因此已有的绝大多数吊车文献都假设  $-\pi/2 < \theta(t) < \pi/2$  [31]–[19], [17], [20], [23], [26], [27], 从这个意义上讲, 本文方法放宽了该假设, 因而更具一般性.

将式 (18) 代入式 (2) 并移项整理, 可得:

$$m\ddot{l} = L_1(t) + L_2(t), \quad (44)$$

其中:

$$L_1(t) = -m\ddot{x}\sin\theta + ml\dot{\theta}^2 - mg + mg\cos\theta - k_{dl}\dot{e}_l + m\ddot{x}_d\sin\theta + m\ddot{l}_d, \quad (45)$$

$$L_2(t) = -\left[ k_{pl} + \frac{2\lambda_{\omega l}\xi_l^2}{(\xi_l^2 - e_l^2)^2} \right] e_l. \quad (46)$$

利用期望轨迹性质及式 (29)、(33)、(40)、(42) 易知  $\lim_{t \rightarrow \infty} L_1(t) = 0$ ,  $\dot{L}_2(t) \in \mathcal{L}_\infty$ . 对式 (44), 由于  $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{l}(t) = 0$  (见式 (34)), 再次引用扩展的 Barbalat 引理, 可得:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} m\ddot{l}(t) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} e_l(t) = 0 \implies \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{l}(t) = 0. \quad (47)$$

**情形 2:**  $l(t)$  不会一直在  $\{l(t) : l_e < l(t) < \bar{l}\}$  内变化。在此利用反证法证明该情形不存在。不妨假设在  $\tau_1$  时刻,  $l(t)$  首次逃离区域  $\{l(t) : l_e < l(t) < \bar{l}\}$ 。于是, 在  $t = \tau_1$  时,  $l(\tau_1) \geq \bar{l}$  或  $l(\tau_1) \leq l_e$ , 不失一般性, 在此以出现前者的情况为例进行分析, 对于后者的情况可进行类似的分析。那么,

- 一方面, 在  $t < \tau_1$  时,  $l_e < l(t) < \bar{l}$  依然成立, 因而, 在  $t \in [0, \tau_1)$  时, **情形 1** 成立; 进一步地, 由式 (26) 可知, 恒有

$$|e_x(t)| \rightarrow \xi_x^-, |e_l(t)| \rightarrow \xi_l^-, |e_x(t)| < \xi_x, |e_l(t)| < \xi_l, \quad \forall t \in [0, \tau_1). \quad (48)$$

- 另一方面, 在  $t = \tau_1$  时刻,

$$l(\tau_1) \geq \bar{l} \implies e_l(\tau_1) = l(\tau_1) - l_d(\tau_1) \geq \bar{l} - l_d(\tau_1) > p_{dl} + 2\xi_l - l_d(\tau_1) \geq 2\xi_l. \quad (49)$$

以上两方面表明  $e_l(t)$  在  $\tau_1$  时刻发生突变 (不连续)。此外, 易知由式 (17)–(18) 与 (1)–(3) 组成的闭环系统仅在  $e_l(t) = \pm\xi_l$  或  $e_x(t) = \pm\xi_x$  处不光滑, 即只有该四处是系统状态可能发生突变的地方。那么,  $e_l(t)$  在  $t = \tau_1$  时刻发生突变意味着必然存在  $\tau^* \in [0, \tau_1)$  满足

$$|e_l(\tau^*)| = \xi_l \text{ 或 } |e_x(\tau^*)| = \xi_x. \quad (50)$$

然而, 根据式 (48) 知当  $t \in [0, \tau_1)$  时,  $|e_l(t)| < \xi_l$ ,  $|e_x(t)| < \xi_x$  恒成立, 故不存在  $\tau^* \in [0, \tau_1)$  使得式 (50) 成立, 进一步可知  $\tau_1$  不存在, 因此该情形不成立。

综合上述分析, 易知只有**情形 1** 成立, 那么由式 (26)、(27)、(33)、(40)、(42)、(43)、(47) 可知定理结论成立。至此, 定理得证。□

## 4 仿真与实验 (Simulation and Experiments)

在本节中, 我们将分别通过数值仿真与实际实验来验证本文所提方法的控制性能。

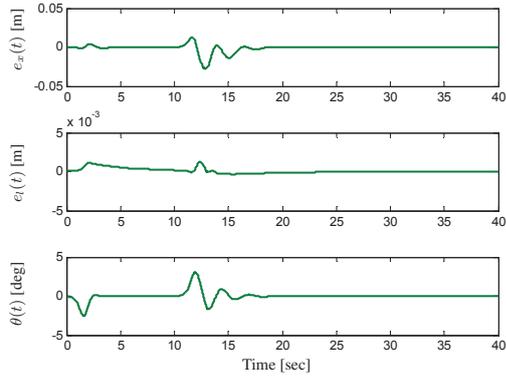


图 2: 仿真结果: 台车位移跟踪误差  $e_x(t)$ 、吊绳长度跟踪误差  $e_l(t)$  及负载摆角  $\theta(t)$

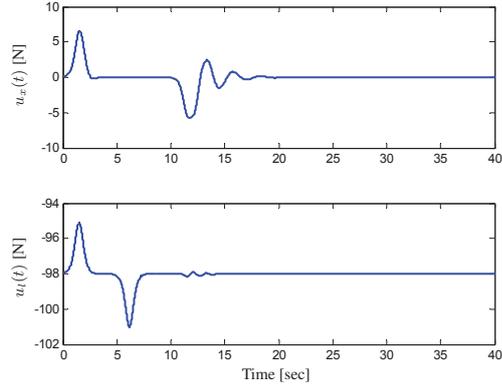


图 3: 仿真结果: 控制量  $u_x(t)$  与  $u_l(t)$

#### 4.1 仿真结果及分析 (Simulation Results and Analysis)

在仿真中, 桥式吊车系统的参数设置为  $M = 6.5 \text{ kg}$ ,  $m = 10 \text{ kg}$ ,  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 。控制目标是使台车由初始位置  $x(0) = 0 \text{ m}$  运动到目标位置  $p_{dx} = 4 \text{ m}$ , 吊绳由  $l(0) = 0.2 \text{ m}$  变为  $p_{dl} = 1.6 \text{ m}$ , 同时抑制并消除整个过程中的负载摆动。为此, 根据约束条件, 分别为台车运动及绳长变化选取期望轨迹如下<sup>[5]</sup>:

$$x_d = \frac{p_{dx}}{2} + \frac{k_{vx}^2}{4k_{ax}} \ln \left[ \frac{\cosh\left(\frac{2k_{ax}t}{k_{vx}} - \varepsilon_x\right)}{\cosh\left(\frac{2k_{ax}t}{k_{vx}} - \varepsilon_x - \frac{2k_{ax}p_{dx}}{k_{vx}^2}\right)} \right]; \quad (51)$$

$$l_d = \frac{p'_{dl} + 2l(0)}{2} + \frac{k_{vl}^2}{4k_{al}} \ln \left[ \frac{\cosh\left(\frac{2k_{al}t}{k_{vl}} - \varepsilon_l\right)}{\cosh\left(\frac{2k_{al}t}{k_{vl}} - \varepsilon_l - \frac{2k_{al}p'_{dl}}{k_{vl}^2}\right)} \right], \quad (52)$$

$$p_{dl} \triangleq l(0) + p'_{dl},$$

其中,  $p'_{dl}$  表示绳长的相对变化值, 各参数取值分别为  $p_{dx} = 4$ ,  $l(0) = 0.2$ ,  $p'_{dl} = 1.4 \Rightarrow p_{dl} = 1.6$ ,  $k_{vx} = 0.4$ ,  $k_{ax} = 0.4$ ,  $k_{vl} = 0.3$ ,  $k_{al} = 0.3$ ,  $\varepsilon_x = \varepsilon_l = 3.0$ 。控制器 (17)–(18) 的增益选为  $k_{px} = 120$ ,  $k_{dx} = 60$ ,  $\lambda_{\omega x} = 0.1$ ,  $\lambda_{\omega l} = 0.04$ ,  $k_{pl} = 100$ ,  $k_{dl} = 50$ , 误差界设置为  $\xi_x = 0.050 \text{ m}$  (即  $50 \text{ mm}$ ),  $\xi_l = 0.030 \text{ m}$  (即  $30 \text{ mm}$ )。<sup>7</sup>

仿真结果如图 2–3 所示。由图 2 可知, 台车跟踪误差保持在  $20 \text{ mm}$  以内, 小于  $\xi_x = 50 \text{ mm}$ , 并最终收

<sup>7</sup> 仿真中不考虑轨道摩擦及吊绳在竖直方向运动时所受的摩擦。

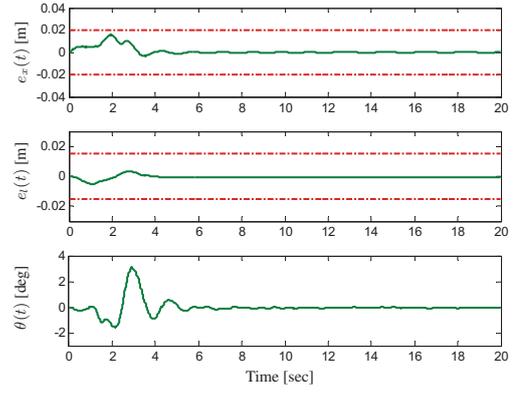


图 4: 第一组实验 (本文控制方法): 台车位移跟踪误差  $e_x(t)$ 、吊绳长度跟踪误差  $e_l(t)$  及负载摆角  $\theta(t)$  (红色点画线: 设定跟踪误差界  $\pm \xi_x = \pm 20 \text{ mm}$ ,  $\pm \xi_l = \pm 15 \text{ mm}$ , 绿色实线: 实验结果)

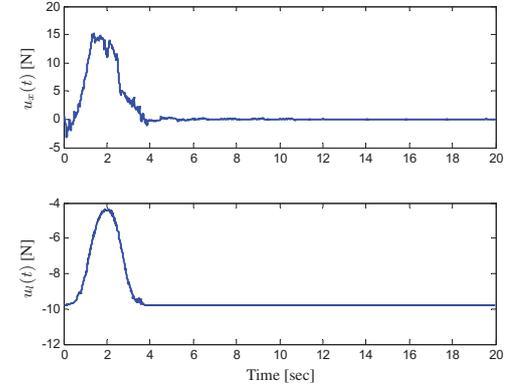


图 5: 第一组实验 (本文控制方法): 控制量  $u_x(t)$  与  $u_l(t)$

敛至零; 负载 (对应绳长变化) 在竖直方向的跟踪误差始终保持在  $5 \text{ mm}$  以内, 远小于设定界  $\xi_l = 30 \text{ mm}$ , 并最终收敛为零。台车在  $3 \text{ s}$  至  $10 \text{ s}$  之间匀速运行, 该阶段内负载无摆动, 在即将到达目标位置时, 台车开始减速, 由于惯性导致负载出现摆动, 但被控制器很快地抑制并消除。在整个过程中, 负载摆角被控制在很小的范围内, 并在台车到达目标位置之后便很快衰减为零。此外, 竖直方向的控制量  $u_l(t)$  最终收敛于  $-mg$ , 与负载重力等值反向, 到达平衡状态。

#### 4.2 实验结果及分析 (Experiments and Analysis)

为了进一步验证本文方法的实际应用性能, 我们又在桥式吊车实验平台<sup>[5], [11], [13]</sup>上进行了实验验证。

桥式吊车实验平台中的参数设置为  $M = 6.5 \text{ kg}$ ,  $m = 1 \text{ kg}$ ,  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 。在实验中, 台车初始位置为  $x(0) = 0 \text{ m}$ , 目标位置为  $p_{dx} = 0.6 \text{ m}$ , 吊绳初始长度为  $l(0) = 0.5 \text{ m}$ , 目标长度为  $p_{dl} = 0.75 \text{ m}$ , 相应地, 期望轨迹表达式仍选用式 (51) 及 (52) 所描述的 S 形轨迹, 轨迹参数变为  $p_{dx} = 0.6$ ,  $p'_{dl} = 0.25 \Rightarrow p_{dl} = 0.75$ ,  $k_{vx} = k_{vl} = 0.4$ ,  $k_{ax} = k_{al} = 0.4$ ,  $\varepsilon_x = \varepsilon_l = 3.5$ 。设定台车与吊绳跟踪期望轨迹的误差界分别为:

$$\begin{aligned} \xi_x &= 0.020 \text{ m (i.e., } 20 \text{ mm)}, \\ \xi_l &= 0.015 \text{ m (i.e., } 15 \text{ mm)}. \end{aligned} \quad (53)$$

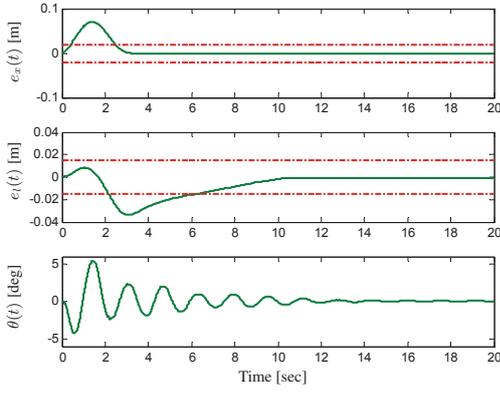


图 6: 第一组实验(对比控制方法<sup>[27]</sup>): 台车位移跟踪误差  $e_x(t)$ 、吊绳长度跟踪误差  $e_l(t)$  及负载摆角  $\theta(t)$  (红色点画线: 设定跟踪误差界  $\pm\xi_x = \pm 20$  mm,  $\pm\xi_l = \pm 15$  mm, 绿色实线: 实验结果)

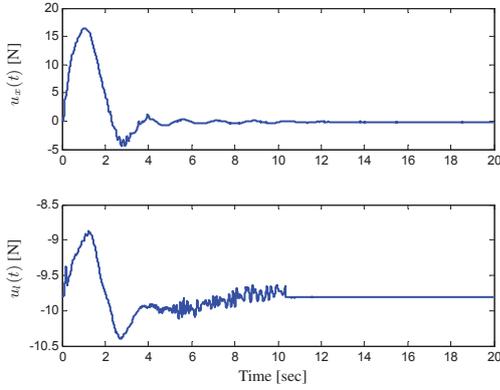


图 7: 第一组实验(对比控制方法<sup>[27]</sup>): 控制量  $u_x(t)$  与  $u_l(t)$

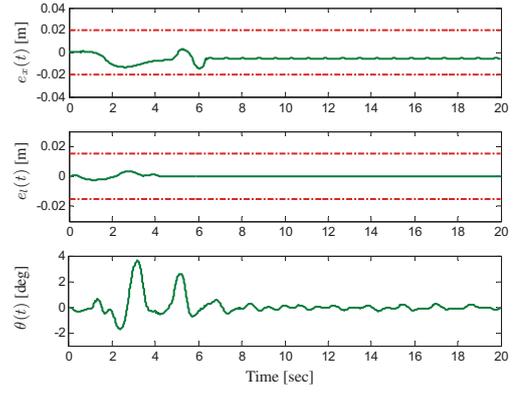


图 8: 第二组实验(存在摆角干扰): 台车位移跟踪误差  $e_x(t)$ 、吊绳长度跟踪误差  $e_l(t)$  及负载摆角  $\theta(t)$  (红色点画线: 设定跟踪误差界  $\pm\xi_x = \pm 20$  mm,  $\pm\xi_l = \pm 15$  mm, 绿色实线: 实验结果)

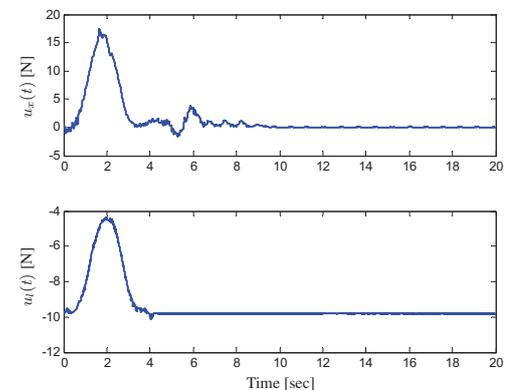


图 9: 第二组实验(存在摆角干扰): 控制量  $u_x(t)$  与  $u_l(t)$

控制律 (17) 及(18) 的增益及参数选取如下:

$$\begin{aligned} k_{px} &= 240, k_{dx} = 100, k_{pl} = 45, k_{dl} = 10, \\ \lambda_{\omega x} &= 0.1, \lambda_{\omega l} = 0.1, F_{r0x} = 4.4, k_{rx} = -0.5, \\ \epsilon &= 0.01, d_l = 6.5. \end{aligned} \quad (54)$$

其中,  $F_{r0x}$ ,  $k_{rx}$ ,  $\epsilon$ ,  $d_l$  的值是通过离线实验标定并利用最小二乘法拟合获得的<sup>[5], [11], [13]</sup>。此外, 为了充分体现本文方法的性能, 我们选取文献 [27] 中所提出的滑模控制方法进行了对比实验, 其参考轨迹  $r_x(t)$ ,  $r_l(t)$  选为  $x_d(t)$ ,  $l_d(t)$  (见式 (51)–(52)),  $r_\theta(t) \equiv 0$ , 控制参数选为  $k_x = 3$ ,  $k_l = 2$ ,  $k_{li} = 3$ ,  $k_{as} = 0.4$ ,  $\eta_x = 2$ ,  $\eta_l = 2$ , 为消除滑模控制器的“抖振”(chattering) 现象, 在实验中用  $\tanh(10s)$  近似替代  $\text{sgn}(s)$ 。

接下来, 通过两组实验来检验本文方法的有效性。其中, 第一组实验用以验证在无外界干扰情形下本文方法的有效性, 并与文献 [27] 中提出的滑模控制方法进行对比; 在第二组中, 在控制过程中对负载摆动添加了一些扰动, 观察控制系统的响应, 验证其鲁棒性。

实验结果如图 4–9 所示, 分别给出了台车的水平跟踪误差  $e_x(t)$ 、绳长跟踪误差  $e_l(t)$ 、负载摆角  $\theta(t)$  以及控制量  $u_x(t)$ ,  $u_l(t)$  随时间变化的曲线。其中, 图 4–5 为第一组实验中本文方法的实验结果, 图 6–7 是第一组实验中对对比滑模控制方法的实验结果, 图 8–9 对应

第二组实验中本文方法的结果。

从图 4–5 可以看出, 在整个过程中, 两个方向上的跟踪误差始终被控制在设定的误差界内, 并很快收敛于零, 台车位移与吊绳长度快速准确地到达了目标值, 与理论分析一致; 同时负载摆角被抑制在一个较小的范围内, 且在台车到达目标位置后迅速衰减, 几乎无残余摆动;  $u_x(t)$  最终收敛于零,  $u_l(t)$  收敛于  $-mg$ , 与负载重力平衡, 在竖直方向达到平衡状态。相比之下, 由图 6–7 可以看出, 对比控制方法无法保证跟踪误差范围, 且本文方法在摆角抑制方面有着更为良好的效果。在第二组实验中, 对负载摆动在第 5 秒左右进行了干扰<sup>8</sup>, 由图 8–9 可知, 即便在存在外界干扰的情况下, 本文方法依然能够很好地实现控制目标, 具有很好的鲁棒性。值得说明的是, 由于实际吊车系统存在系统轨道摩擦及吊绳在竖直方向运动所受的摩擦, 而在仿真时未考虑这些因素, 因此实验中控制量的变化与仿真结果有所差异。

## 5 结论 (Conclusions)

在本文中, 我们设计了一种新型的桥式吊车控制方法, 它能在保证台车在水平方向、负载在竖直方向

<sup>8</sup>虽然干扰的幅值的绝对数值不大, 但却约占了无干扰情况下最大摆幅的 75%, 即其对于该控制过程而言是一次大的扰动。

快速精确跟踪定位的同时,有效地抑制并消除负载的摆动。通过引入“势”函数项,该控制器能确保车及吊绳跟踪期望轨迹的误差始终能够保持在预先设定的界内,并最终收敛为零,很好地解决了现有吊车控制方法均不能分析暂态控制性能的不足。论文对所提控制方法的有效性进行了严格的数学分析,为其可行性提供了理论依据。最后进行了数值仿真分析,并进一步在实验平台上进行了实验验证,并与已有方法进行了对比,结果表明该方法能取得良好的控制性能。在接下来的研究中,我们将进一步引入自适应机制,提高控制系统对不确定参数的适应性。

## 参考文献 (References)

- [1] 孙宁, 方勇纯. 一类欠驱动系统的控制方法综述, *智能系统学报*, 6(3): 200-207, 2011.
- [2] 郭晨, 汪洋, 孙富春, 沈智鹏. 欠驱动水面船舶运动控制研究综述, *控制与决策*, 24(3): 321-329, 2009.
- [3] A. Piazzoli, A. Visioli. Optimal dynamic-inversion-based control of an overhead crane, *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, 149(5): 405-411, 2002.
- [4] 李伟, 曹涛, 王滨, 吕景惠, 孙乐美, 李超. 基于二次型最优控制的起重机开环消摆方法, *电气传动*, 37(3): 33-36, 2007.
- [5] N. Sun, Y. Fang, Y. Zhang, B. Ma. A novel kinematic coupling-based trajectory planning method for overhead cranes, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 17(1): 166-173, 2012.
- [6] N. Sun, Y. Fang. An efficient online trajectory generating method for underactuated crane systems, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, in press, DOI: 10.1002/rnc.2953.
- [7] N. Sun, Y. Fang, X. Zhang, Y. Yuan. Transportation task-oriented trajectory planning for underactuated overhead cranes using geometric analysis, *IET Control Theory and Applications*, 6(10): 1410-1423, 2012.
- [8] A. Khalid, J. Huey, W. Singhose, J. Lawrence, D. Frakes. Human operator performance testing using an input-shaped bridge crane, *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 128(4): 835-841, 2006.
- [9] Y. Fang, W. E. Dixon, D. M. Dawson, E. Zergeroglu. Nonlinear coupling control laws for an underactuated overhead crane system, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 8(3): 418-423, 2003.
- [10] 孙宁, 方勇纯, 苑英海, 张玉东. 一种基于分段能量分析的桥式吊车镇定控制器设计方法, *系统科学与数学*, 31(6): 751-764, 2011.
- [11] N. Sun, Y. Fang, X. Zhang. Energy coupling output feedback control of 4-DOF underactuated cranes with saturated inputs, *Automatica*, 49(5): 1318-1325, 2013.
- [12] G. C. Konstantopoulos, A. T. Alexandridis. Simple energy based controllers with nonlinear coupled-dissipation terms for overhead crane systems, *Proceedings of 48th IEEE Conference on Decision and Control*, 2009: 3149-3154.
- [13] N. Sun, Y. Fang. New energy analytical results for the regulation of underactuated overhead cranes: An end-effector motion-based approach, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 59(12): 4723-4734, 2012.
- [14] D. Chwa. Nonlinear tracking control of 3-D overhead cranes against the initial swing angle and the variation of payload weight, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 17(4): 876-883, 2009.
- [15] N. Sun, Y. Fang, X. Zhang. An increased coupling-based control method for underactuated crane systems: Theoretical design and experimental implementation, *Nonlinear Dynamics*, 70(2): 1135-1146, 2012.
- [16] 高丙团, 陈宏钧, 张晓华. 一类欠驱动机械系统的非线性控制, *控制与决策*, 21(1): 104-110, 2006.
- [17] 翟军勇, 费树岷. 集装箱桥吊防摆切换控制研究, *电机与控制学报*, 13(6): 933-936, 2009.
- [18] R. Liu, S. Li, S. Ding. Nested saturation control for overhead crane systems, *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 34(7): 862-875, 2012.
- [19] W. Wang, J. Yi, D. Zhao, D. Liu. Design of a stable slidingmode controller for a class of second-order underactuated systems, *IEE Control Theory and Applications*, 151(6): 683 - 690, 2004.
- [20] D. Liu, J. Yi, D. Zhao, W. Wang. Adaptive sliding mode fuzzy control for a two-dimensional overhead crane, *Mechatronics*, 15(5): 505-522, 2005.
- [21] 王晓军, 邵惠鹤. 基于模糊的桥式起重机的定位和防摆控制研究, *系统仿真学报*, 17(4): 936-939, 2005.
- [22] C. Chang. Adaptive fuzzy controller of the overhead cranes with nonlinear disturbance, *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 3(2): 164-172, 2007.
- [23] G. Corrigan, A. Giua, G. Usai. An implicit gain-scheduling controller for cranes, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 6(1): 15-20, 1998.
- [24] S. Garrido, M. Abderrahim, A. Giménez, R. Diez, C. Balaguer. Anti-swinging input shaping control of an automatic construction crane, *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 5(3): 549-557, 2008.
- [25] R. Banavar, F. Kazi, R. Ortega, N. S. Manjarekar. The IDA-PBC methodology applied to a gantry crane, *Proceedings of the 17th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems*, 2006: 143-147.
- [26] W. Yu, M. A. Moreno-Armendariz, F. O. Rodriguez. Stable adaptive compensation with fuzzy CMAC for an overhead crane, *Information Sciences*, 181(21): 4895-4907, 2011.
- [27] H. H. Lee, Y. Liang, D. Segura. A sliding-mode anti-swing trajectory control for overhead cranes with high-speed load hoisting, *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 128(4): 842-845, 2006.
- [28] R. Ortega, A. J. van der Schaft, I. Mareels, B. Maschke. Putting energy back in control, *IEEE Control Systems Magazine*, 21(2): 18-33, 2001.
- [29] K. B. Ngo, R. Mahony, Z. P. Jiang. Integrator backstepping using barrier functions for systems with multiple state constraints, *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control*, 2005: 8306-8312.
- [30] K. P. Tee, S. S. Ge. Control of nonlinear systems with full state constraint using a barrier Lyapunov function, *Proceedings of the Joint 48th IEEE Conference on Decision and Control*, 2009: 8618-8623.
- [31] 方勇纯, 卢桂章. 非线性系统理论. 北京: 清华大学出版社, 2009.
- [32] W. E. Dixon, D. M. Dawson, E. Zergeroglu, A. Behal. *Nonlinear Control of Wheeled Mobile Robots*. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 2001.