



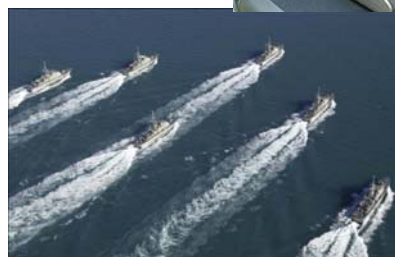
Panel Discussion: 协作导航和运动中的非线性控制问题和方法

田玉平

东南大学自动化学院

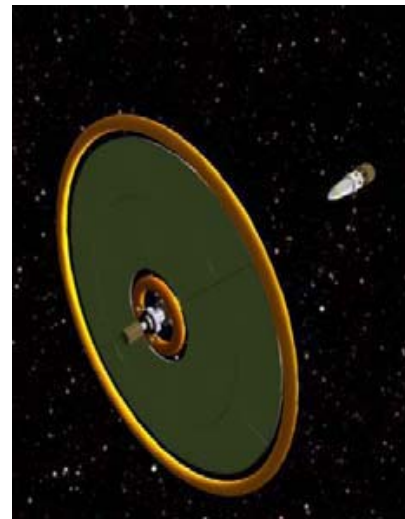
应用场景（1）——平面运动

- 多机器人编队与协调控制
 - 多机器人对目标的围捕或搜救
 - 多机器人野外信息采集
- 无人驾驶车辆组的控制与调度
- 水面舰队的编队航行
- 无线传感器网络
 - 室内定位
 - 时钟同步
 - 分布式信息融合



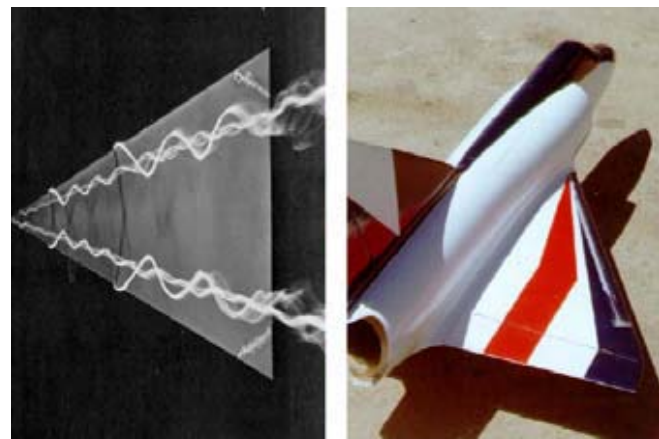
应用场景（2）——空间轨道飞行

- 空间飞行器编队与协调控制
 - 多卫星编队组网（太空观测）
 - 卫星自主交会
 - 巡航导弹拦截

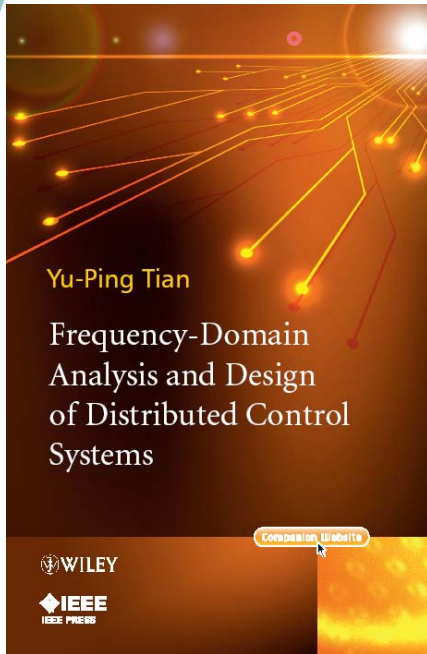


应用场景（3）——空间机动飞行

- 飞行器（潜水器）编队与协调控制
 - 近空间飞行器的编队飞行（侦查、拦截）
队形高机动性、碰撞高风险
 - 水下无人潜艇的协同运动（水文数据采集）
声纳，通信时延
 -



多运动体系统分布式线性控制



- 一致性：线性协议
- 编队：全局坐标系，相对位置控制
- 资源分配（拥塞控制）：线性化
-

问题

- 积分器
- 二阶积分器
- 线性系统
-

运动体

- 确定性延时
- 随机切换
- 任意切换
-

无向

有向

网络拓扑

多运动体系统分布式非线性控制

- 一致性：**非线性**协议（饱和、有限时间等）
- 编队（定位）：**局部坐标系**，**相对距离控制**
- 资源分配（拥塞控制）：**不作线性化**
- **在轨编队**
-

问题

- 积分器
- 二阶积分器
- 线性系统
-

- 非完整移动小车
- 非完整链式系统
- 拉格朗日系统
-

运动体

- 确定性延时
- 随机切换
- 任意切换
-

有向

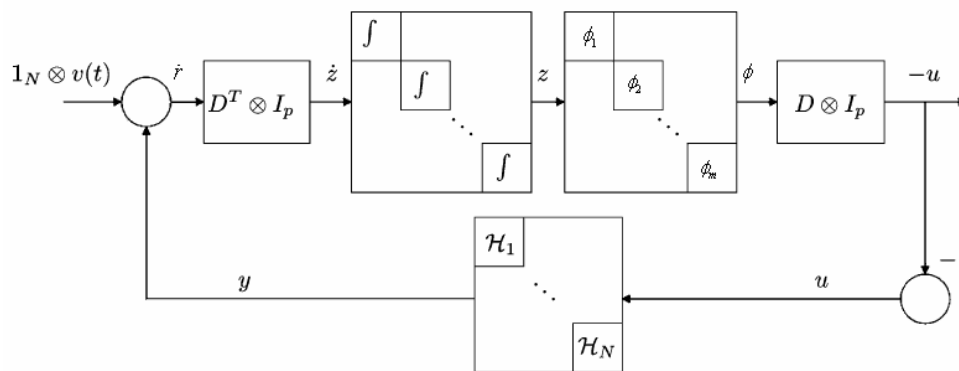
无向

持续性

刚性

网络拓扑

例1：积分器+非线性协议+对称拓扑



$\phi_{ij}(z)$ 梯度

$\mathcal{H}_i\{\cdot\}$ 无源

$$u_i = \mathcal{H}_i \left\{ -\sum_{j=1}^n a_{ij} \phi_{ij}(r_i - r_j) \right\}, \quad (7)$$

无源性

代数图论

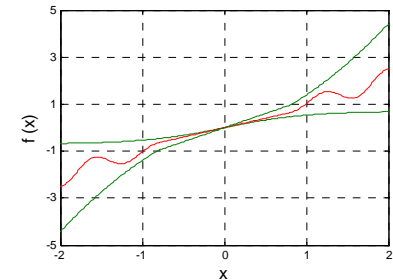
- M. Arcak. *IEEE T-AC*, 52(8), 2007.

例2：积分器+非线性协议+有向拓扑

$$\dot{x}_i = u_i.$$

$$u_i = f\left(\sum_{j=1}^n a_{ij}(x_j - x_i)\right)$$

f : 奇函数，被两个K函数所界；
有向图含生成树。



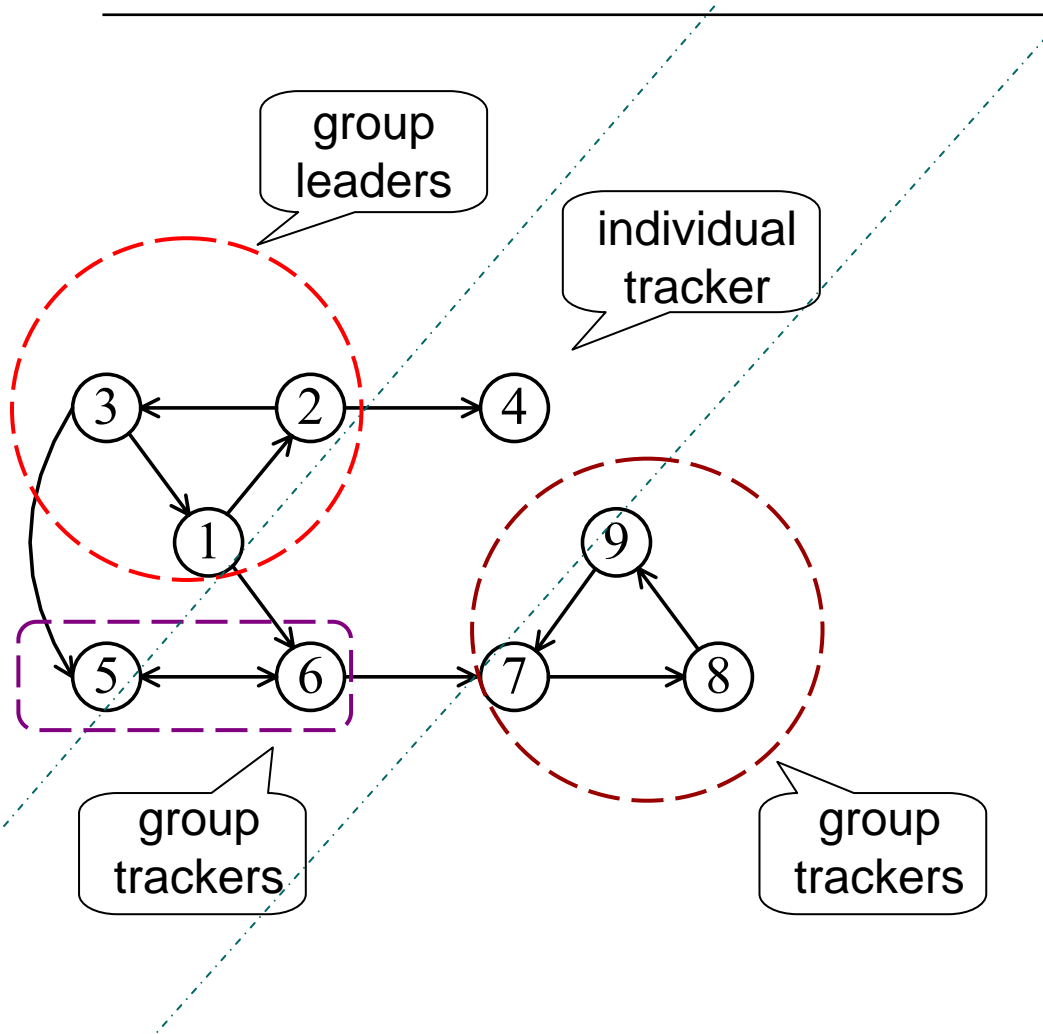
一致

有向图分解，代数图论

ISS

- Y. Xu and Y.-P. Tian, International J. Robust and Nonlinear Control, in press, 2012.

有向图的分解（角色辨别）

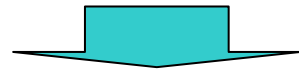


ISS

$$\dot{X}_i(t) = G(t, X_i, U_i)$$

$$U_i(t) = H_i(t, X_i, X_j) |_{j \in N_i},$$

含所有根节点的子系统全局渐近一致；
所有其它子系统，从被跟踪系统的状态（视为输入）
到该子系统状态是ISS的。



系统所有状态一致。

- Y. Xu and Y.-P. Tian, International J. Robust and Nonlinear Control, in press, 2012.

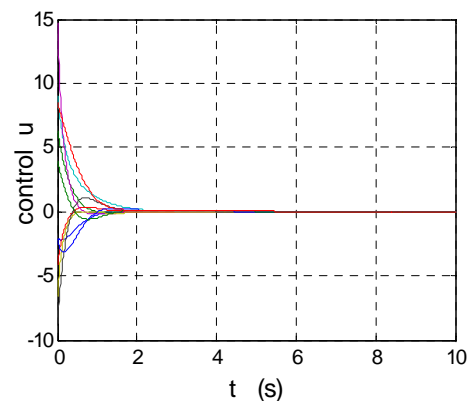
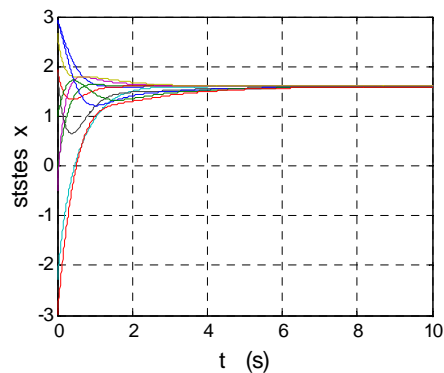
例2（续）：积分器+非线性协议+有向拓扑

快速收敛协议

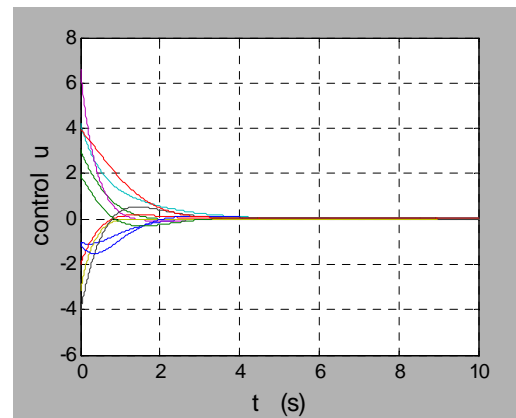
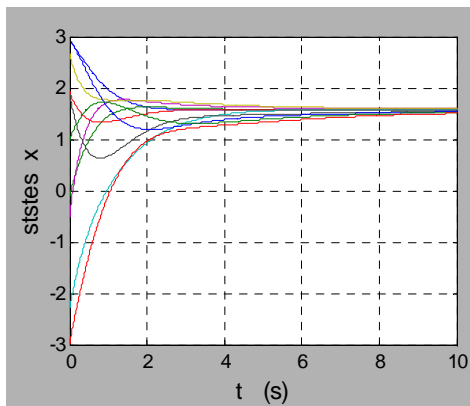
$$u_i = f\left(\sum_{j=1}^n a_{ij}(x_j - x_i)\right)$$

$$f(x) = x^{\frac{p_1}{q_1}} + x^{\frac{q_2}{p_2}},$$

$$p_1 > q_1 \geq 1, p_2 > q_2 \geq 1$$



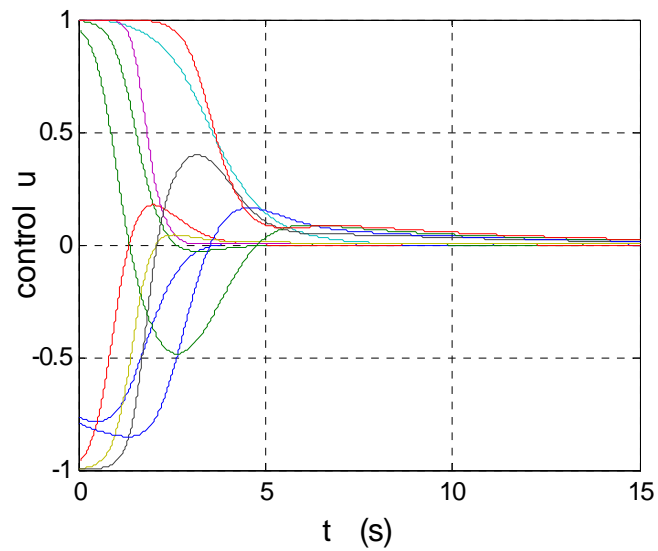
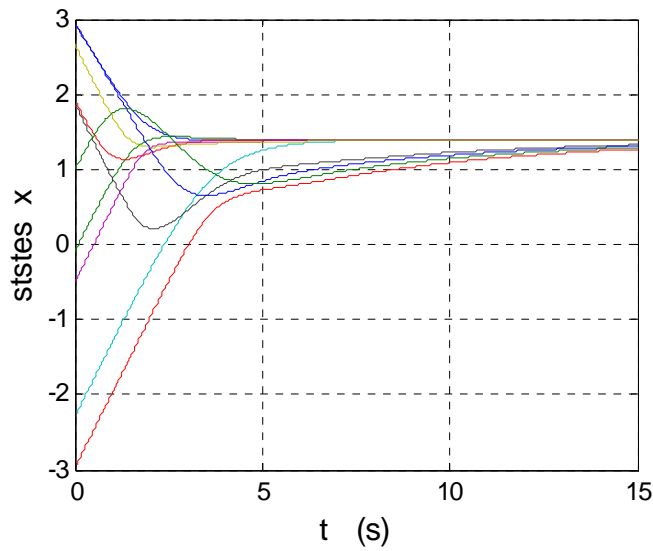
对比线性协议



例2（续）：积分器+非线性协议+有向拓扑

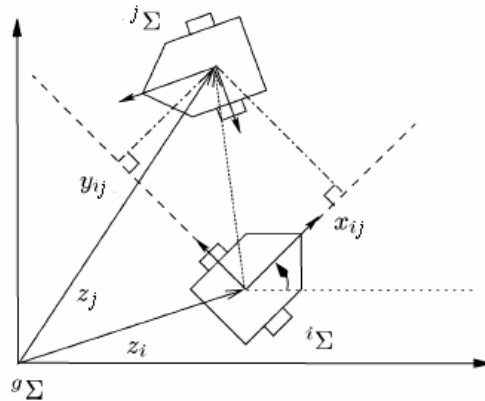
○ 饱和输入协议

$$u_i = f\left(\sum_{j=1}^n a_{ij}(x_j - x_i)\right)$$
$$f(x) = \tanh(x).$$



例3：非完整小车+有向拓扑+线性协议+开环控制

$$\begin{cases} \dot{x}_i = v_i \cos \theta_i \\ \dot{y}_i = v_i \sin \theta_i, \\ \dot{\theta}_i = \omega_i \end{cases}$$



$$\begin{cases} v_i = k \sum_{j=1}^N a_{ij} x_{ij}, \\ \omega_i = \cos t \end{cases} \quad (1)$$

聚集或编队

- 强连通拓扑：

H. Yamaguchi, and J. W. Burdick,
IEEE CDC, 1998.

平均化理论

代数图论

- 有向拓扑（含生成树）：

Z. Lin, B. Francis, and M.
Maggiore, IEEE T-AC, 2005.

例 4：非完整链式系统+有向拓扑+线性协议+线性时变控制

$$\begin{cases} \dot{z}_{i1} = u_{i1}, \\ \dot{z}_{i2} = u_{i2}, \\ \dot{z}_{ik} = z_{i,k-1}u_{i1}, \quad k = [3, n]. \end{cases} \quad (4)$$

$$u_{i1} = -\sum_{j=1}^N a_{ij}(z_{i1} - z_{j1}) + \alpha e^{-\lambda t} \quad (5a)$$

$$\begin{cases} u_{i2} = -\sum_{j=1}^N a_{ij}(x_{i2} - x_{j2}) + \sum_{k=3}^n (k-2)\lambda\mu_k x_{ik} + \left(\sum_{k=4}^n \mu_k x_{i,k-1}\right) \frac{u_{i1}}{e^{-\lambda t}} \\ \quad + \mu_3 \left(x_{i2} + \sum_{k=3}^n \mu_k x_{ik}\right) \frac{u_{i1}}{e^{-\lambda t}}, \end{cases} \quad (5b)$$

$$x_{i2} = z_{i2} - \sum_{k=3}^n \mu_k x_{ik}, \quad x_{ik} = \frac{z_{ik}}{e^{-(k-2)\lambda t}}, \quad k \in [3, n]. \quad (6)$$

指数膨胀，线性时变系统稳定性

代数图论

- W. Dong, and J.A. Farrell, *IEEE T-AC*, 53(6), 2008.

例 4（续）：非完整链式系统+线性协议+非线性控制+有向拓扑

$${}^i \dot{x}_1 = {}^i u_1, \quad (1a)$$

$${}^i \dot{x}_p = {}^i x_{p+1} {}^i u_1, \quad p \in [2, n-1], \quad (1b)$$

$${}^i \dot{x}_n = {}^i u_2, \quad (1c)$$

$${}^i y_1 = {}^i x_1, \quad {}^i y_2 = {}^i x_n. \quad (2)$$

输出一致

$${}^i u_1 = \sum_{j=1}^N a_{ij} ({}^j x_1 - {}^i x_1) + \alpha e^{-\lambda t}, \quad (3a)$$

$${}^i u_2 = {}^i \dot{\tilde{x}}_n - {}^i \tilde{x}_{n-1} {}^i u_1 + k_2 \sum_{j=1}^N a_{ij} ({}^j \tilde{x}_n - {}^i \tilde{x}_n), \quad (3b)$$

$${}^i \tilde{x}_3 = -k_1 \frac{{}^i x_2}{{}^i u_1}, \quad {}^i \tilde{x}_3 = {}^i x_3 - {}^i \bar{x}_3, \quad (4a)$$

$${}^i \tilde{x}_4 = \frac{1}{{}^i u_1} ({}^i \dot{\tilde{x}}_3 - {}^i x_2 {}^i u_1 - k_1 {}^i \tilde{x}_3), \quad {}^i \tilde{x}_4 = {}^i x_4 - {}^i \bar{x}_4, \quad (4b)$$

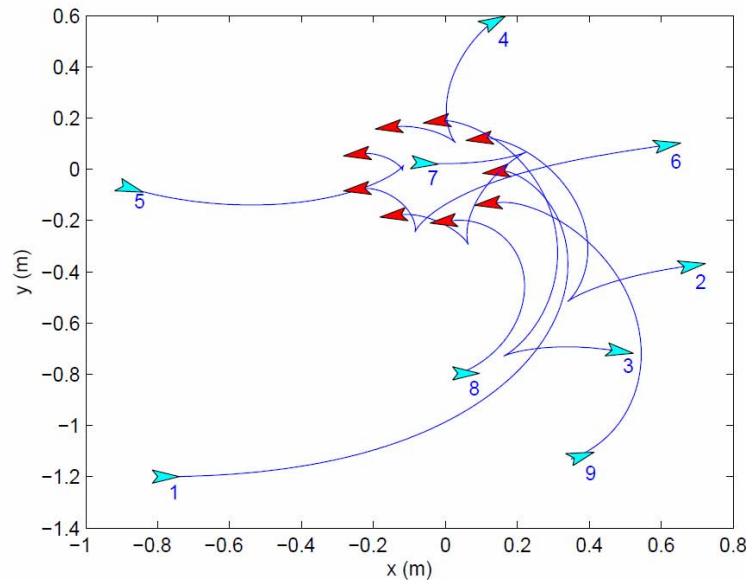
$${}^i \tilde{x}_p = \frac{1}{{}^i u_1} ({}^i \dot{\tilde{x}}_{p-1} - {}^i x_{p-2} {}^i u_1 - k_1 {}^i \tilde{x}_{p-1}), \quad {}^i \tilde{x}_p = {}^i x_p - {}^i \bar{x}_p, \quad (4c)$$

图分解，代数图论

ISS, backstepping

- Y. Xu, Y.-P. Tian, YQ Chen, International J. System Sciences, in press, 2013.

仿真对比(非完整小车):



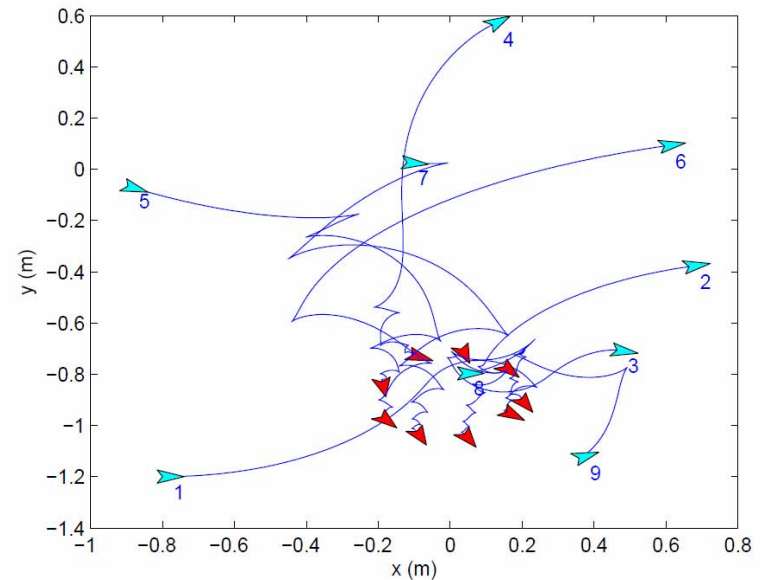
(a)

(a) Xu, Tian, & Chen, 2013

位置: 成队形

方向: 一致

路径: 光滑



(b)

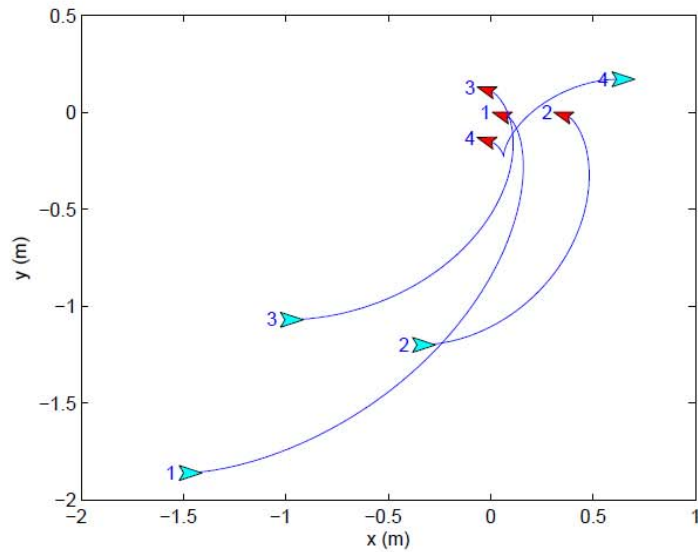
(b) Lin, Francis, & Maggiore, 2005

位置: 成队形

方向: 不一致

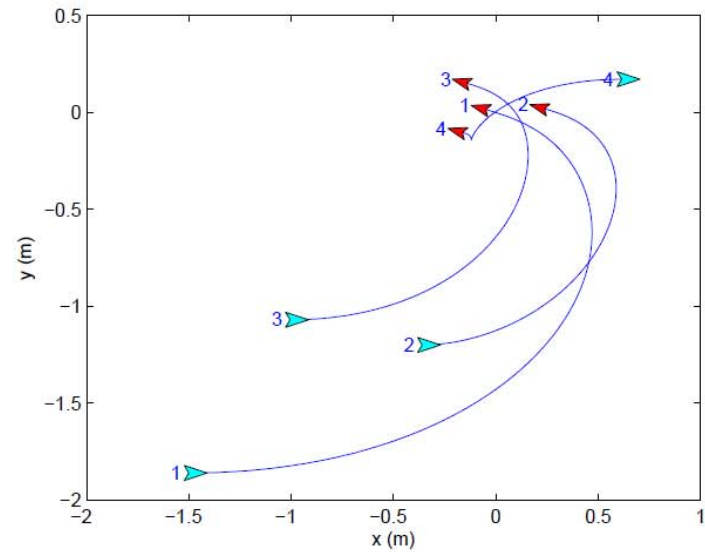
路径: 之字形

仿真对比（无噪声）：



(a)

(a) Xu, Tian, & Chen, 2013

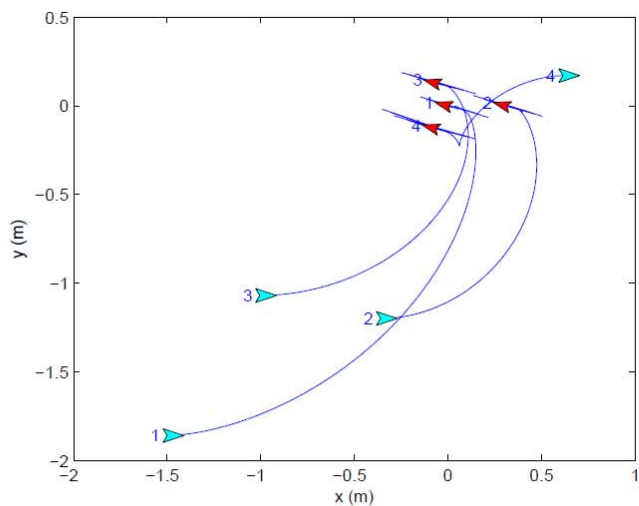


(b)

(b) Dong & Farrell, 2008

效果几乎一样

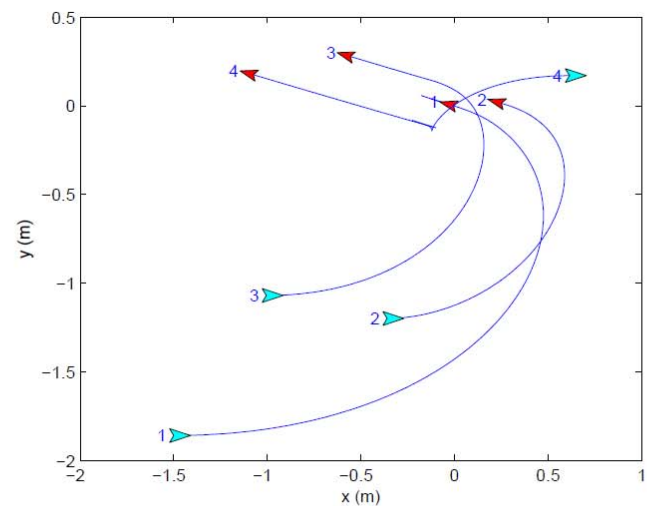
仿真对比（有噪声）：



(a)

(a) Xu, Tian, & Chen, 2013

继续保持队形，鲁棒

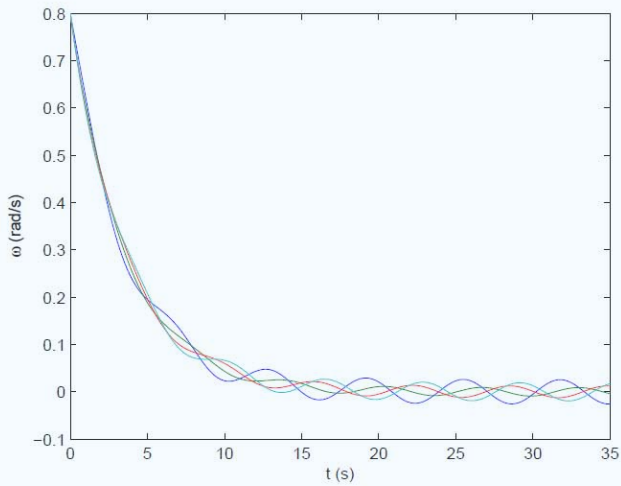


(b)

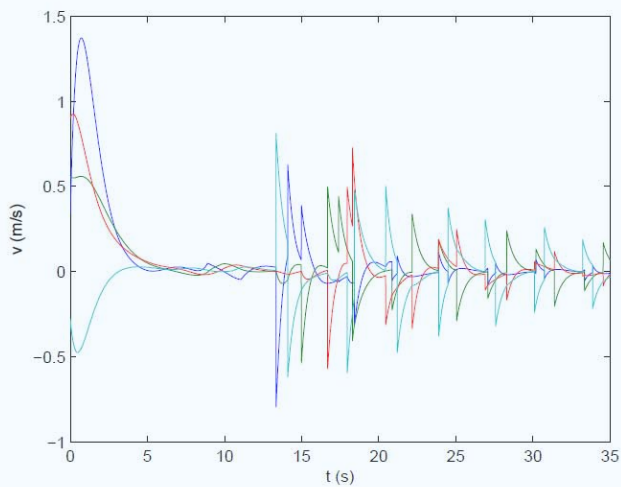
(b) Dong & Farrell, 2008

不能保持队形

角速度

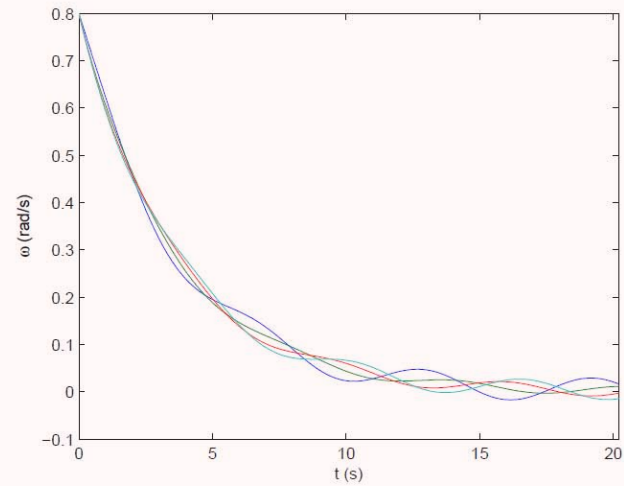


(a)

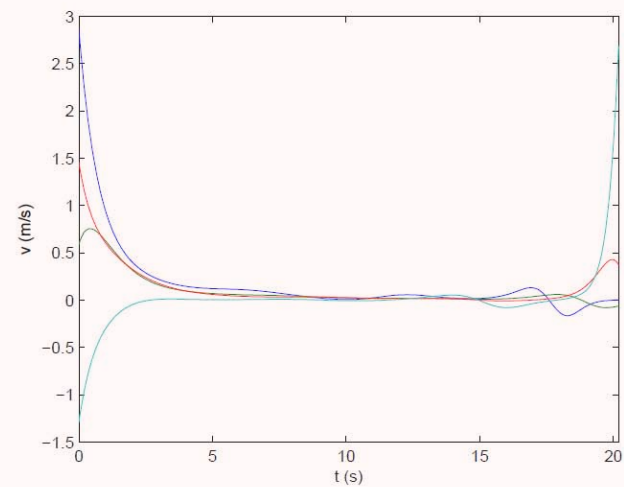


(c)

(a) Xu, Tian, & Chen, 2013



(b)

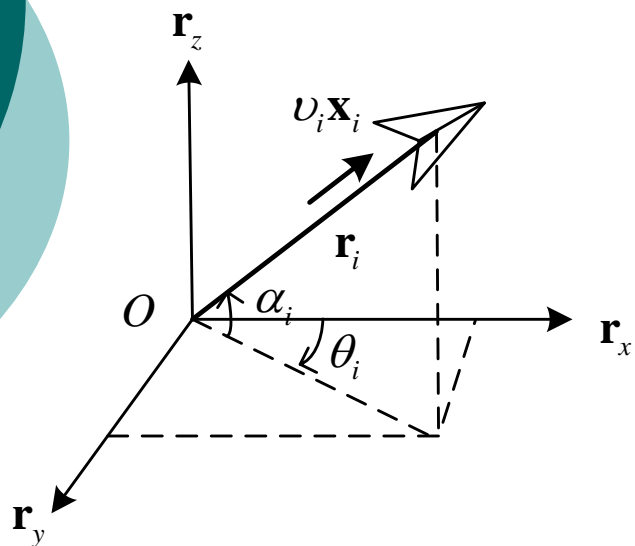


(d)

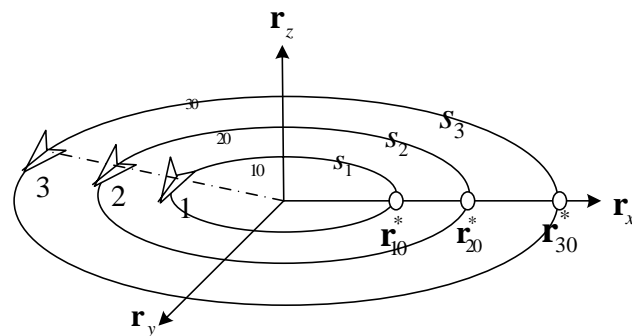
(b) Dong & Farrell, 2008

线速度

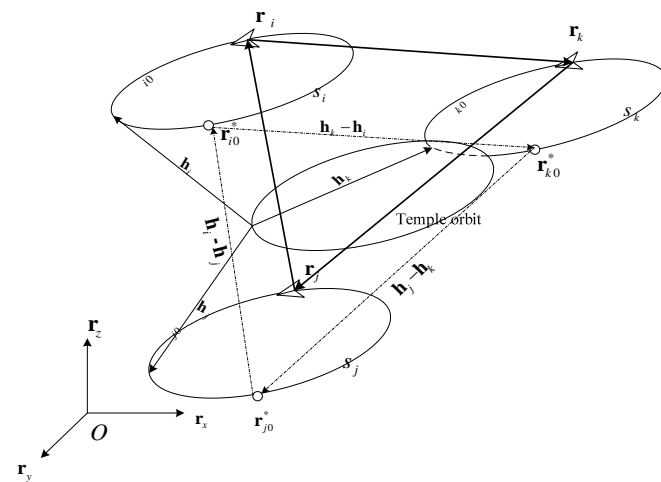
例5: 3D非完整小车+在轨编队+有向拓扑



轨迹跟踪+广义运动弧长一致性



同心圆上直线队形



异心圆上三角队形

- Y.-Y.Chen & Y.-P. Tian, IET Control Theory & Applications, accepted, 2013.

例6：一阶积分器+相对距离控制+刚性拓扑

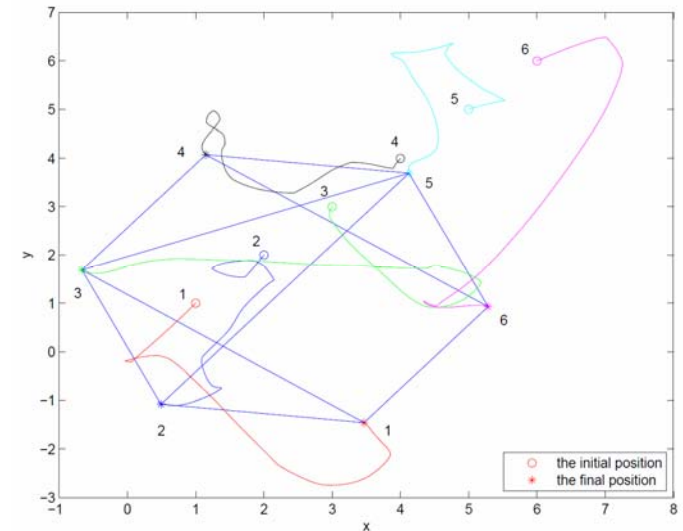
运动体： $\dot{x}_i = v_i$

相对距离： $D = \{d_{ij} : i \in V, j \in N_i\}$

刚性拓扑

$$v_i = -\nabla_{r_i} V_i - k_i \sqrt{\sum_{j \in N_i} \rho_{ij}^2 (a_i + \text{sgn}(\nabla_{r_i} V_i))}$$

势能函数梯度 + 自适应摄动



全局收敛

- Y.-P. Tian & Q. Wang, Automatica, in press, 2013.

小 结

- 多体协作运动中，分布式非线性控制问题广泛存在。
- 与线性问题相比，有向拓扑带来的困难更大。
- 因为相互连接的原因，协议的非线性和任务的非线性带来的困难，可能比单个对象的非线性带来的困难更大。
- （代数、刚性）图论与非线控制和分析方法的结合，是广阔天地，大有作为。



謝

謝