

复杂网络研究的一些进展与思考

曹进德

东南大学



报告内容

一

研究背景与意义

二

动态分析方面：一个统一的脉冲网络同步判据

三

网络控制方面：复杂网络的牵引控制：M矩阵方法

四

网络应用方面：基于交通网络的犯罪地理画像

五

进一步工作和思考



一

研究背景与意义

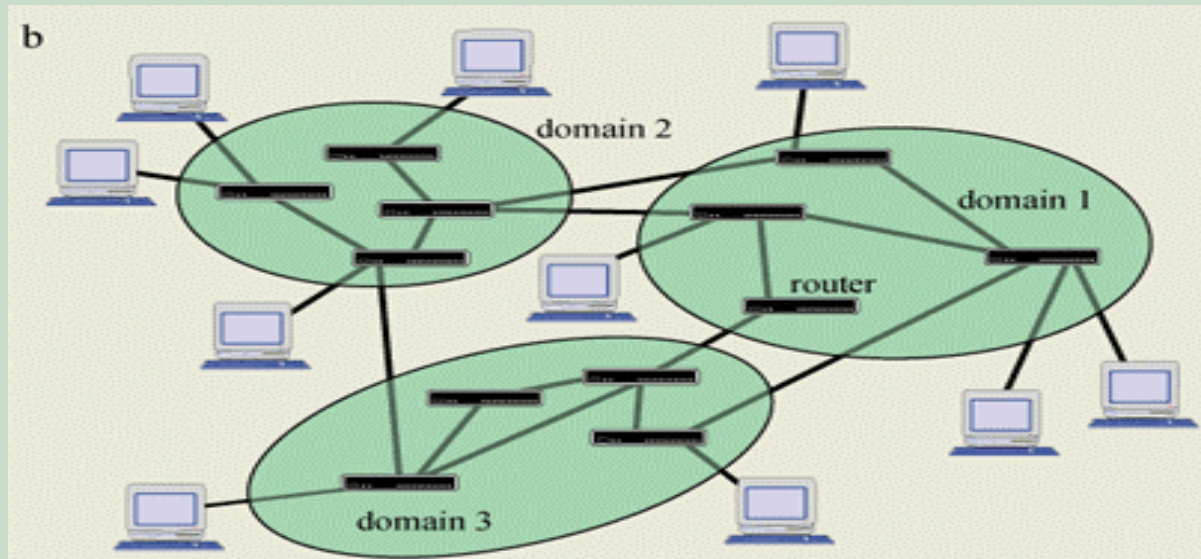




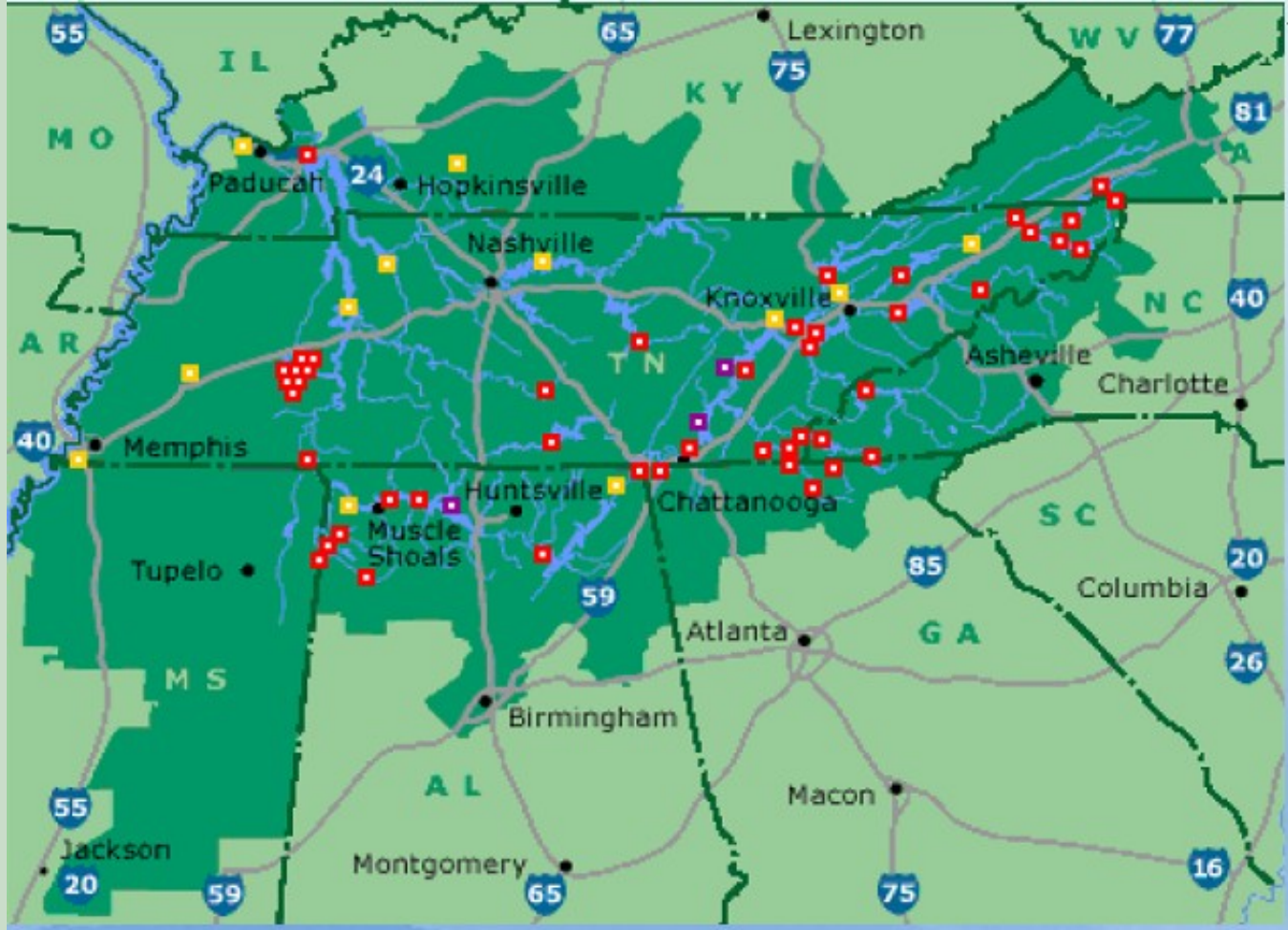
网络无处不在

- **大脑**，是由轴突相联结的神经细胞网络，而细胞本身，又是由生化反应相联结的分子网络。
- **社会**也是一个网络，它由友情、家庭和职业关系彼此联结。
- 在更大的尺度上，**食物链和生态系统**可以看作由物种所构成的网络。
- 科技领域的网络更是随处可见：**因特网、电力网和运输系统**都是实例。

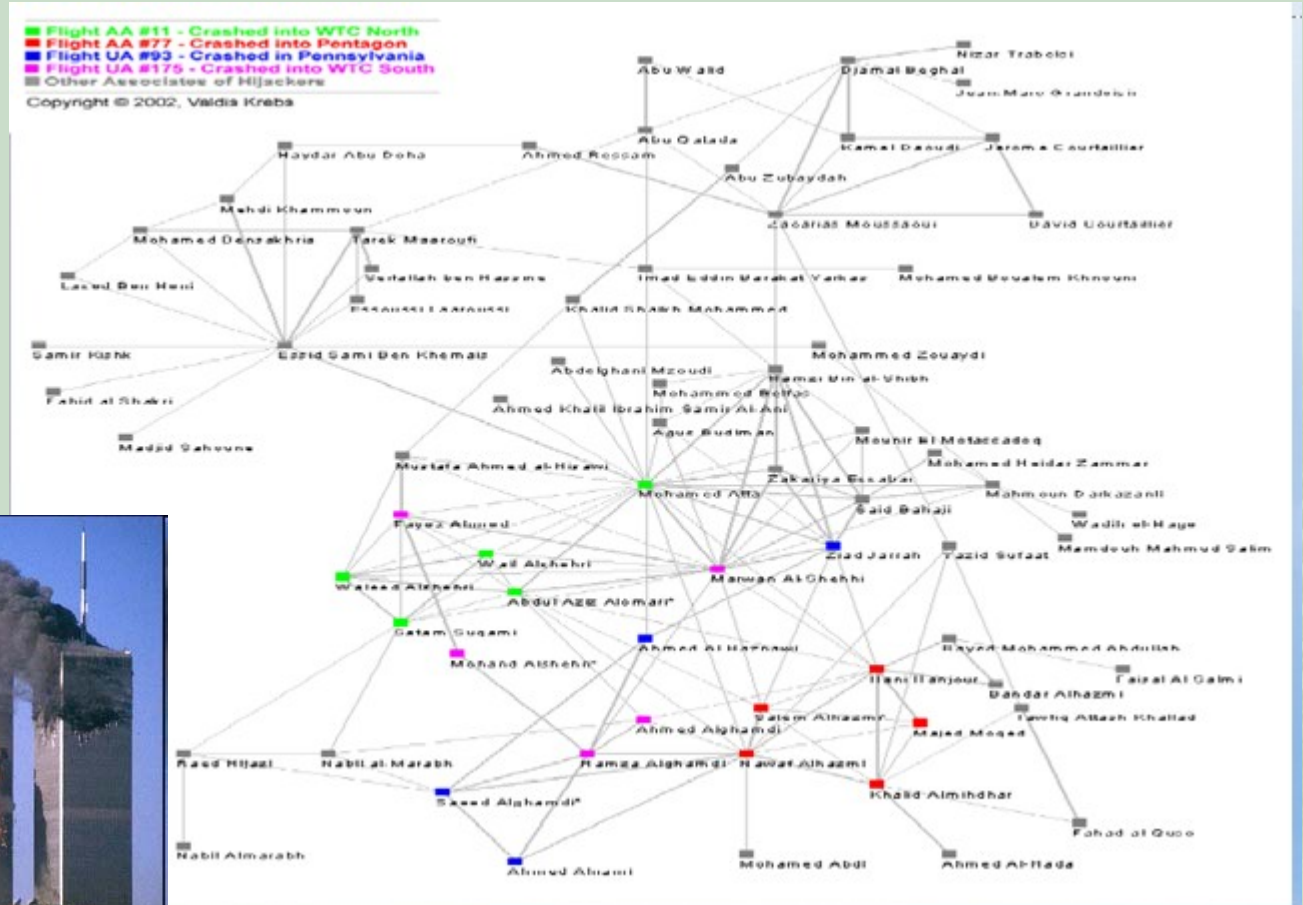
Internet



Power Grid USA



9.11 Terrorists web



The World Trade Center south tower (L) bursts into flames after being struck by hijacked United Airlines Flight 175 as the north tower burns following an earlier attack by a hijacked airliner in New York City in this September 11, 2001. Photos by Sean Adair / REUTERS.

复杂网络简而言之即呈现高度复杂性的网络。

其复杂性主要表现在以下几个方面：

1. **结构复杂**：表现在节点数目巨大，网络结构呈现多种不同特征。
2. **网络进化**：表现在节点或连接的产生与消失。例如world-wide-web network，网页或链接随时可能出现或断开，导致网络结构不断发生变化。
3. **连接多样性**：节点之间的连接权重存在差异，且有可能存在方向性。
4. **动力学复杂性**：节点可能属于非线性动力学系统，例如节点状态随时间发生复杂变化。
5. **节点多样性**：复杂网络中的节点可以代表任何事物，例如，人际关系构成的复杂网络节点代表单独个体，万维网组成的复杂网络节点可以表示不同网页。
6. **多重复杂性融合**：即以上多重复杂性相互影响，导致更为难以预料的结果。例如，设计一个电力供应网络需要考虑此网络的进化过程，其进化过程决定网络的拓扑结构。当两个节点之间频繁进行能量传输时，他们之间的连接权重会随之增加，通过不断的学习与记忆逐步改善网络性能。

自然界、工业界、人类社会中有有趣且有用的网络动态行为

Fireflies Synchronization



Fish Swarming



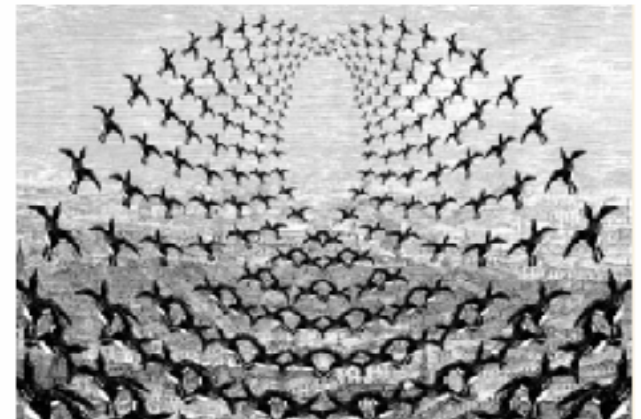
Consensus-Battle space management



**Synchronization-based
Laser**

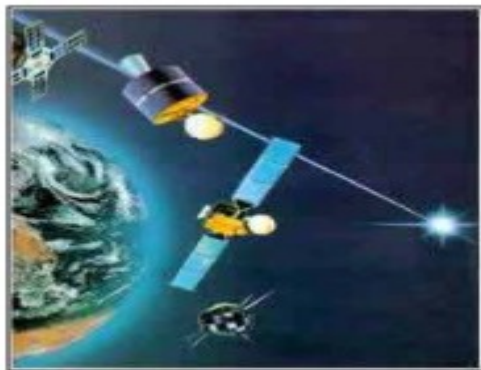


Birds Flocking



实际工程技术领域中网络系统的群体行为动力学与控制引起了人们广泛的关注和重视：

- Lagrangian力学网络系统一致性问题：**多个无人航天器网络**
- 多刚体网络系统镇定同步问题：**多个旋转式探测卫星或水下探测器系统**
- 粒子耦合振子动力学协调控制



几篇综述

- The structure and function of complex networks, SIAM Review 45, 167–256 (2003).
- Complex networks: Structure and dynamics, Phys. Rep. 424, 175 (2006).
- Dynamics on Complex Networks and Applications (Special issue), PhysicaD 224 (2006).
- Synchronization in complex networks, Phys. Rep. 469, 93 (2008).

SIAM REVIEW
Vol. 45, No. 2, pp. 167–256

© 2003 Society for Industrial and Applied Mathematics

The Structure and Function of Complex Networks*

M. E. J. Newman[†]

Available online at www.sciencedirect.com

SCIENCE @ DIRECT®

Physics Reports 424 (2006) 175–308

PHYSICS REPORTS

www.elsevier.com/locate/physrep

Complex networks: Structure and dynamics

S. Boccaletti^{a,*}, V. Latora^{b,c}, Y. Moreno^{d,e}, M. Chavez^f, D.-U. Hwang^a



Available online at www.sciencedirect.com

ScienceDirect

Physica D 224 (2006) vii–viii

Preface

Dynamics on Complex Networks and Applications

Adilson E. Motter^{a,*}, Manuel A. Matías^b, Jürgen Kurths^c

^a Department of Physics and Astronomy, Northwestern University, Evanston, IL

^b Instituto Mediterraneo de Estudios Avanzados, IMEDEA (CSIC-UIB), E-07122 Palma

^c Institute of Physics, University of Potsdam PF 601553, 14415 Potsdam, G

^d Department of Physics and Department of Electrical and Computer Engineering, University of Maryland

Available online 1 November 2006



Physics Reports 469 (2008) 93–153

Contents lists available at ScienceDirect

Physics Reports

journal homepage: www.elsevier.com/locate/physrep



Synchronization in complex networks

Alex Arenas^{a,b}, Albert Díaz-Guilera^{c,b}, Jürgen Kurths^{d,e}, Yamir Moreno^{b,f,*}, Changsong Zhou^g



我们的部分工作

动态分析方面：一个统一的脉冲网络同步判据

网络控制方面：复杂网络的牵引控制能力：M矩阵方法

网络应用方面：基于交通网络的犯罪地理画像



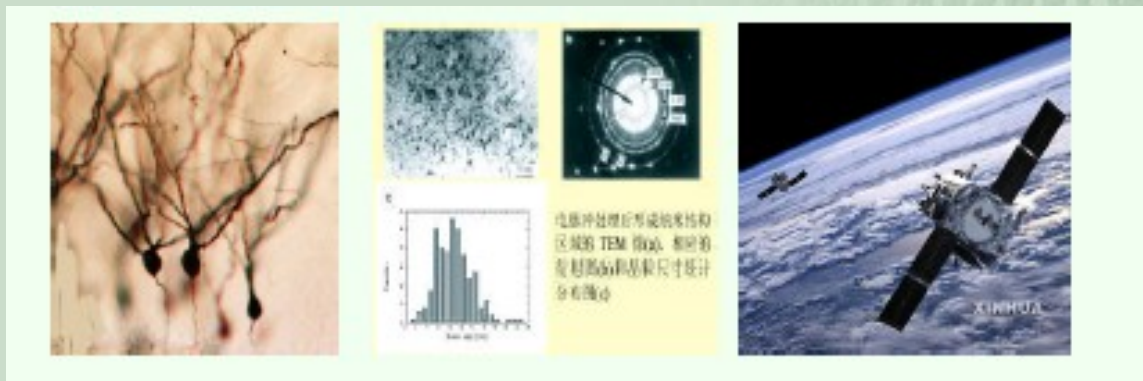
二

动态分析方面：一个统一的脉冲网络同步判据



网络系统中的脉冲现象

- 作为表征自然界中一种瞬时突变行为，很多时候，脉冲现象往往能更深刻、精确地反映系统的动态演化规律
- 脉冲动力系统已成功应用于大型航天器的减震装置、卫星轨道的转换、移动通讯中传输信号切换
- 生物神经实验表明：在生物的神经系统中神经元之间的传递方式是以电脉冲的过程进行的，从而实现神经信息的产生、整合和传递





我们考虑的是

- **建模：** 伴随着复杂网络状态耦合，同时发生了网络的脉冲耦合；
- **分析：** 给出同步判据，使得此判据可同时用于同步化(Synchronizing)的脉冲和反同步化(Desynchronizing)的脉冲。



一个统一的脉冲网络同步判据

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_i(t) = Cx_i(t) + Bf(x_i(t)) + c \sum_{j=1}^N a_{ij} \Gamma x_j(t), \\ t \geq 0, t \neq t_k, k \in \mathbb{N}, \\ x_j(t_k^+) - x_i(t_k^+) = \mu \cdot (x_j(t_k^-) - x_i(t_k^-)), \\ \text{for } (i, j) \text{ satisfying } a_{ij} > 0, \mu \neq 0, \end{array} \right.$$

- 脉冲发生在状态耦合过程中;
- u 是脉冲增益: $u > 1$ 表示desynchronizing impulses;
 $u < 1$ 表示synchronizing impulses;
 $u = 1$ 则意味着没有增益;
- 此前的文献均是对desynchronizing impulses和synchronizing impulses 分别讨论;

此前结果

- 研究desynchronizing impulses时对脉冲间隔的下界有严格要求;
 - 而研究synchronizing impulses时对脉冲间隔的上界有严格要求;
- 给研究结果带来了很大的保守性.

因此有必要给出一个统一判据,并且降低其保守性.

借用切换系统中的Average Dwell Time的概念,给出下面定义:

Definition 1 (*Average Impulsive Interval*). The average impulsive interval of the impulsive sequence $\zeta = \{t_1, t_2, \dots\}$ is equal to T_a if there exist positive integer N_0 and positive number T_a , such that

$$\frac{T-t}{T_a} - N_0 \leq N_\zeta(T, t) \leq \frac{T-t}{T_a} + N_0, \quad \forall T \geq t \geq 0, \quad (4)$$

where $N_\zeta(T, t)$ denotes the number of impulsive times of the impulsive sequence ζ on the interval (t, T) .

理论结果

Theorem 1. Consider the impulsive dynamical network (5) with asymmetric irreducible coupling matrix A . Suppose that function $f(\cdot)$ satisfies Assumption 1, and the average impulsive interval of impulsive sequence $\zeta = \{t_1, t_2, \dots\}$ is equal to T_a . Then the impulsive dynamical network (5) is globally exponentially synchronized with convergence rate η if

$$\eta \triangleq \frac{2 \ln(|\mu|)}{T_a} + p < 0, \quad (6)$$

where $p = \lambda_{\max}(C^T + C + BB^T + L^T L - c\gamma\Gamma)$ with $\gamma = -\lambda_2(\tilde{A})/\lambda_{\max}(W)$, and $\mu \neq 0$.

- 通过理论和数值都可以说明: 对脉冲区间的上下界没有要求, **下界可以无穷小, 上界可以非常大**, 极大的降低了判据的保守性
- 此结果是一个**统一的判据**: 同时适用于 $u > 1$ 和 $u < 1$.

数值模拟

脉冲信号

$$t_k - t_{k-1} = \begin{cases} \epsilon, & \text{if } \text{mod}(k, N_0) \neq 0, \\ N_0(T_a - \epsilon) + \epsilon, & \text{if } \text{mod}(k, N_0) = 0. \end{cases}$$

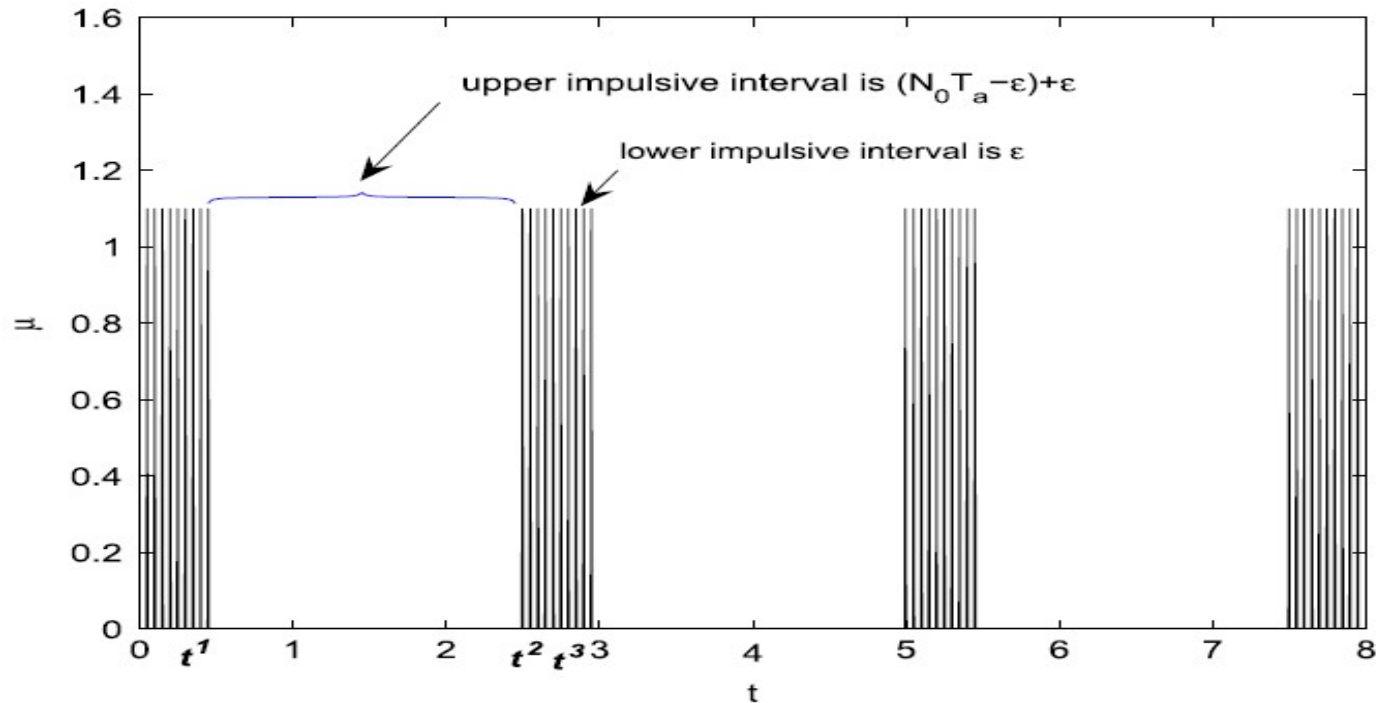


Fig. 5. Example of a specific impulsive sequence described in (27) with $\epsilon = 0.05$, $N_0 = 10$ and $T_a = 0.5$. Such an impulsive sequence simultaneously owns the small lower bound and large upper bound of impulsive intervals.

例1: $u > 1$ 时的网络状态

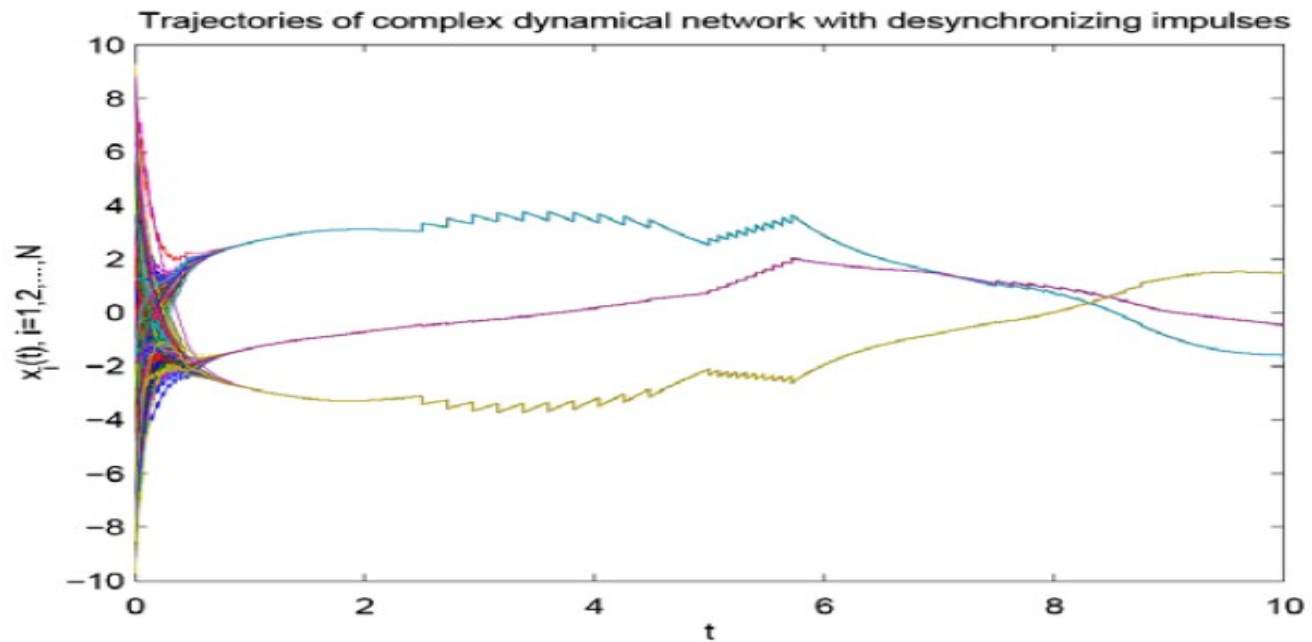
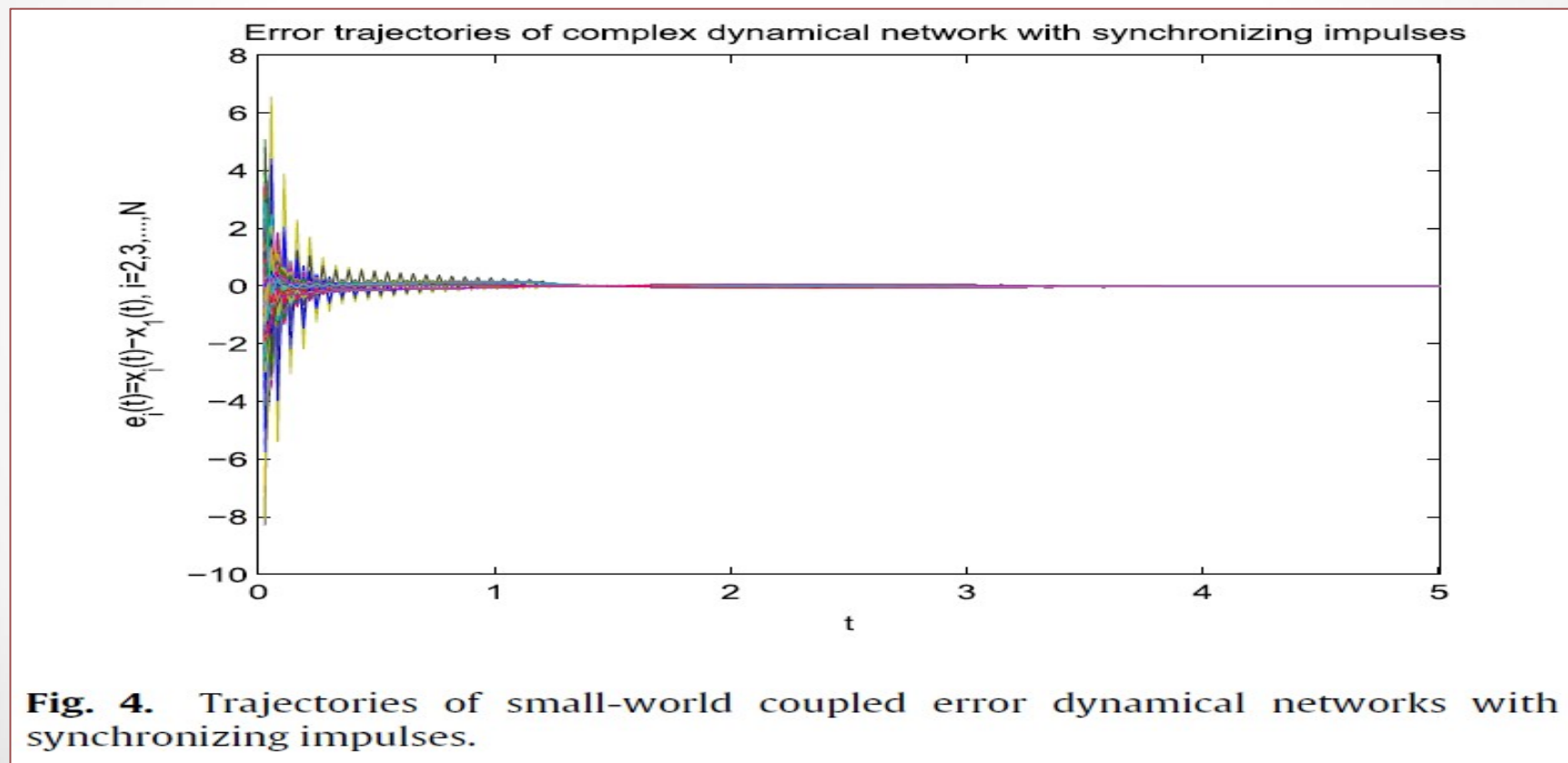


Fig. 2. Synchronization of scale-free coupled dynamical network with desynchronizing impulses.

例2: $u < 1$ 时的状态误差





三

网络控制方面：复杂网络的牵引控制能力：M矩阵方法



为什么需要牵引控制

- 前面提到的复杂网络同步均是通过节点之间的局部连接达到的，没有外界的强大干扰。因此，最终的同步状态很难估计；
- 而在许多物理、生物及社会动态网络中，却经常需要对其进行调控使得其网络的最终状态满足一定要求；
- 对于大规模的网络，我们却不可能控制其每个节点；因此，很有必要设计控制器，通过控制部分节点，以达到控制整个网络的目的；
- 牵引控制的基本思想是仅对网络中的少数关键节点进行控制，通过节点间的相互耦合，从而达到控制整个网络的目的。



无向复杂网络的牵制控制研究进展

- 2002年X.F. Wang,G. Chen (Physica A, 310, 521–531, 2002) 首次把牵制控制应用于复杂网络, 研究了随机及特定两种牵制控制策略, 指出特定牵制控制一般比随机牵制控制的性能要好, 且度大的节点需优先控制;
- 2004年X. Li,X.F. Wang,G. Chen (IEEE Transactions on Circuits Systems–I: Regular Papers, 51, 2074–2087, 2004) 提出了“虚拟控制”的概念, 深刻论述了复杂网络牵制控制的机理
- Sorrentino等 (Physical Review E, 75, art no. 046103, 2007) 定义了“牵制可控性” (pinning controllability) 作为评估网络牵制控制性能的指标

有向复杂网络的牵制控制研究进展

- T. Chen等 (IEEE Transactions on Circuits and Systems-I, 54, 1317-1326, 2007) 指出如果耦合强度足够大的话, 牵制一个根节点便可实现整个网络的同步;
- J. Zhou等 (Automatica, 44, 996-1003, 2008) 通过矩阵分解, 估计了耦合强度有限时实现网络同步所需牵制节点的个数;
- Q. Song, J. Cao (IEEE Transactions on Circuits and Systems-I, 57, 672-680, 2010) 综合考虑了网络节点的入度及出度, 研究了那些出度大于入度的节点需要优先牵制;
- Y.Y. Liu, J.J. Slotine, A. Barabasi (Nature 473, 167-173, 2011) 寻找最小的控制节点数, 得到两个有趣的结果: 一是复杂网络中的驱动节点一般不是网络的hub; 二是稀疏的异质网络是最难控制的, 而致密的同质网络是比较容易控制的。



复杂网络的牵引控制能力：M矩阵方法

- 利用M矩阵分析了复杂网络的全局牵制可控性，而以前的文献主要是利用主稳定函数分析网络的局部牵制可控性。
- 证明了由牵制控制增益矩阵及网络Laplacian矩阵共同构成的矩阵特征值的最小实部可以用来分析牵制控制的稳定性。
- 把网络的拓扑结构分割为最小数目的子图，其中每个子图都含有一条有向树，然后提出了一种选择牵制节点的有效策略，并分析了网络节点在牵制控制中的不同角色。

IEEE Trans Circuits Syst.-I: Regular Papers, 2012,
in press (with Qiang Song, Fan Liu, Wenwu Yu)

无延时复杂网络牵制控制的稳定条件

由N个节点构成的复杂网络可描述如下：

$$\dot{x}_i(t) = f(t, x_i(t)) + c \sum_{j=1}^N a_{ij} \Gamma(x_j(t) - x_i(t)), \quad i=1, \dots, N \quad (3)$$

其中 $x_i(t) = (x_{i1}(t), \dots, x_{in}(t))^T \in \mathbb{R}^n$ 为节点i的状态变量；

$c > 0$ 为耦合强度；

Γ 为内部耦合矩阵且为正定矩阵。

假设(A1): 对于复杂网络(5)中的非线性函数f, 存在一个正数 θ , 使得

$$(y-x)^T (f(t, y) - f(t, x)) \leq \theta (y-x)^T \Gamma (y-x), \quad \forall x, y \in \mathbb{R}^n. \quad (11)$$



网络 (3) 的孤立节点 (也可称为领导者) :

$$\dot{s}(t) = f(t, s(t)) \quad (4)$$

我们的控制目标是设计合适的控制器, 把网络 (3) 同步到孤立节点 (4), 为减少控制器的个数, 需要采用牵制控制的策略, 令

$\nu = \{1, 2, \Lambda, N\}$ 为网络所有节点集合,

$\nu_{\text{pin}} = \{i_1, i_2, \Lambda, i_l\}$ 为牵制节点集合, 其中 $1 \leq l < N$



考虑以下牵制控制算法:

$$\dot{s}(t) = f(t, s(t)) \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) = & f(t, x_i(t)) + c \sum_{j=1}^N a_{ij} \Gamma(x_j(t) - x_i(t)) \\ & + cd_i \Gamma(s(t) - x_i(t)), \quad i = 1, \dots, N, \quad (5) \end{aligned}$$

其中牵制增益定义如下:

$$d_i > 0 \text{ if } i \in \mathcal{V}_{\text{pin}}; \quad d_i = 0 \text{ if } i \in \mathcal{V} \setminus \mathcal{V}_{\text{pin}}. \quad (6)$$

令 $x_0 = s$ ，可得到由 $N+1$ 个节点构成的复杂网络

$$\dot{x}_i(t) = f(t, x_i(t)) + c \sum_{j=0}^N \tilde{a}_{ij} \Gamma(x_j(t) - x_i(t)), \quad i=0, \dots, N \quad (7)$$

where $\tilde{a}_{i0} = d_i$, $\tilde{a}_{0i} = 0$, $i = 1, \dots, N$ and $\tilde{a}_{ij} = a_{ij}$, $i, j = 1, \dots, N$.

$$\tilde{\mathcal{A}} = (\tilde{a}_{ij})_{(N+1) \times (N+1)} \quad (i, j = 0, 1, \dots, N)$$

$$\tilde{\mathcal{A}} = \begin{bmatrix} 0 & O_{1 \times N} \\ \tilde{d} & \mathcal{A} \end{bmatrix} \quad (8)$$

in which $\tilde{d} = (d_1, \dots, d_N)^T$.

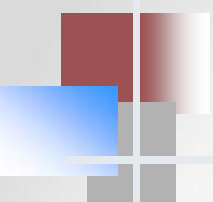


设网络 (3) 和 (7) 的Laplacian矩阵分别为 L 和 \tilde{L} ，考虑(1)和(8)，可得

$$\tilde{L} = \begin{bmatrix} 0 & O_{1 \times N} \\ -\tilde{d} & L + D \end{bmatrix} \quad (9)$$

where $D = \text{diag}(d_1, \dots, d_N)$.

引理：Laplacian 矩阵具有单个零特征值的充要条件是网络拓扑图含有一条有向生成树。



引理：方程（9）定义的L+D 矩阵为M矩阵的充分必要条件是网络(7)的拓扑图含有一条向生成树。

定理1： 复杂网络（5）满足假设A1，若孤立节点（4）到其它节点都存在一条有向路径且以下条件成立

$$\min_{1 \leq i \leq N} \mathcal{R}(\lambda_i(L + D)) > \frac{\theta}{c} \quad (12)$$

则复杂网络（5）可渐近同步至孤立节点（4）。

反馈强度的适度选择

- 虽然增大反馈控制的强度会提高牵引控制效果，但是却没有必要无限制的增大。
- 我们严格证明了“随着反馈强度 (d_i) 增大到无穷，受控 Laplacian 矩阵 $L+D$ 的最小特征值会趋于一个有限的正数”；
- 这一观点在文章 Y. Zou and G. Chen, Chin. Phys. B, 18, 3337–3346, 2009. 和 L. F. R. Turci and E. E. N. Macau, Phys. Rev. E, 84, art no. 011120, 2011 中数值模拟说明。

Proposition 1: For network (5), assume that $\tilde{\mathcal{G}}$ has a directed spanning tree and $l(1 \leq l < N)$ nodes are pinned. When the pinning control gains tend to be sufficiently large, $\min_{1 \leq i \leq N} \mathcal{R}(\lambda_i(L + D))$ will converge to a positive constant.

时滞复杂网络牵制控制的稳定条件

由N个节点构成的时滞复杂网络描述如下：

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) = & f(t, x_i(t), x_i(t - \tau)) \\ & + c \sum_{j=1}^N a_{ij} \Gamma(x_j(t) - x_i(t)), \quad i = 1, \dots, N, \end{aligned} \quad (20)$$

其中 $\tau > 0$ 为时滞，网络初始值由下式给定

$$x_i(r) = \phi_i(r) \in C([- \tau, 0], \mathbb{R}^n), \quad i = 1, \dots, N \quad (21)$$

网络 (20) 的孤立节点为：

$$\dot{s}(t) = f(t, s(t), s(t - \tau)) \quad (22)$$

考虑以下牵制控制算法:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) = & f(t, x_i(t), x_i(t - \tau)) + c \sum_{j=1}^N a_{ij} \Gamma(x_j(t) - x_i(t)) \\ & + cd_i \Gamma(s(t) - x_i(t)), \quad i = 1, \dots, N, \quad (23) \end{aligned}$$

假设(A2): 对于复杂网络(23)中的非线性函数 f , 存在两个定常矩阵

$K = (k_{ij})_{N \times N}$ 和 $M = (m_{ij})_{N \times N}$, 使下式成立:

$$\begin{aligned} & |f_i(t, x(t), x(t - \tau)) - f_i(t, y(t), y(t - \tau))| \\ & \leq \sum_{j=1}^n (k_{ij} |x_j(t) - y_j(t)| + m_{ij} |x_j(t - \tau) - y_j(t - \tau)|) \\ \forall x = & (x_1, \dots, x_n)^T, \quad y = (y_1, \dots, y_n)^T \in \mathbb{R}^n \\ & i = 1, \dots, n. \quad (24) \end{aligned}$$

定义以下参数

$$\begin{aligned} p &= \frac{1}{2} \max_{1 \leq r \leq n} \sum_{v=1}^n \left(k_{rv}^{2\epsilon} + m_{rv}^{2\epsilon} + k_{vr}^{2(1-\epsilon)} \right) \\ q &= \frac{1}{2} \max_{1 \leq r \leq n} \sum_{v=1}^n m_{vr}^{2(1-\epsilon)} \\ \gamma &= q + \epsilon \end{aligned} \quad (25)$$

where $\epsilon \in [0, 1]$ and ϵ is a small positive number.

定理2: 复杂网络 (23) 满足假设A2, 若孤立节点 (22) 到其它任意节点都存在一条有向路径且以下条件成立:

$$\min_{1 \leq i \leq N} \mathcal{R}(\lambda_i(L + D)) > \frac{\rho}{c} \quad (26)$$

则复杂网络 (23) 可渐近同步至孤立节点 (22),

其中 $\rho = (p + \gamma) / \lambda_{\min}(\Gamma)$

复杂网络的牵制节点选取

命题：对于具有 N 个节点的复杂网络，假设Laplacian矩阵零特征值的代数重数为 m ，则网络的拓扑可以分割为 m 个子图，且每个子图都含有一条有向树。那么，只有 m 个子图的根节点都被牵制时，复杂网络的牵制控制才能实现，也就是说牵制节点的最小个数为 m 。

注：如果耦合强度有限，我们可首先把有向图进行分解，牵制 m 个子图的根节点，如果牵制同步条件（12）或（26）不满足，可把其余 $N-m$ 个节点按出度与入度差进行排列，优先牵制那些出度大于入度的节点【参见Q. Song, J. Cao, IEEE Trans Circuits Syst.-I, 57, 672–680, 2010】，增加牵制节点数目，直到牵制同步条件成立。

仿真结果

例1. 考虑由10个Lorenz系统组成的复杂网络

Lorenz系统描述如下:

$$f(t, x_i(t)) = \begin{pmatrix} \sigma(x_{i2} - x_{i1}) \\ rx_{i1} - x_{i1}x_{i3} - x_{i2} \\ x_{i1}x_{i2} - bx_{i3} \end{pmatrix}$$

in which $\sigma = 10$, $r = 28$, and $b = 8/3$.

网络的拓扑如图1所示：图1可分解为G1和G2子图，其中G1包含一条有向树，G2为强连通，根据第五节的结果，G1的节点1必须牵制，而G2的任意节点都可以选为牵制节点。我们牵制节点1和节点9，牵制增益选为20.0，经计算，可取 $\theta = 15$ 满足假设A1。不难验证牵制控制条件（12）得到满足

$$\min_{1 \leq i \leq 10} \mathcal{R}(\lambda_i(L + D)) = 0.7776 > \frac{\theta}{c} = \frac{15}{20} = 0.75.$$

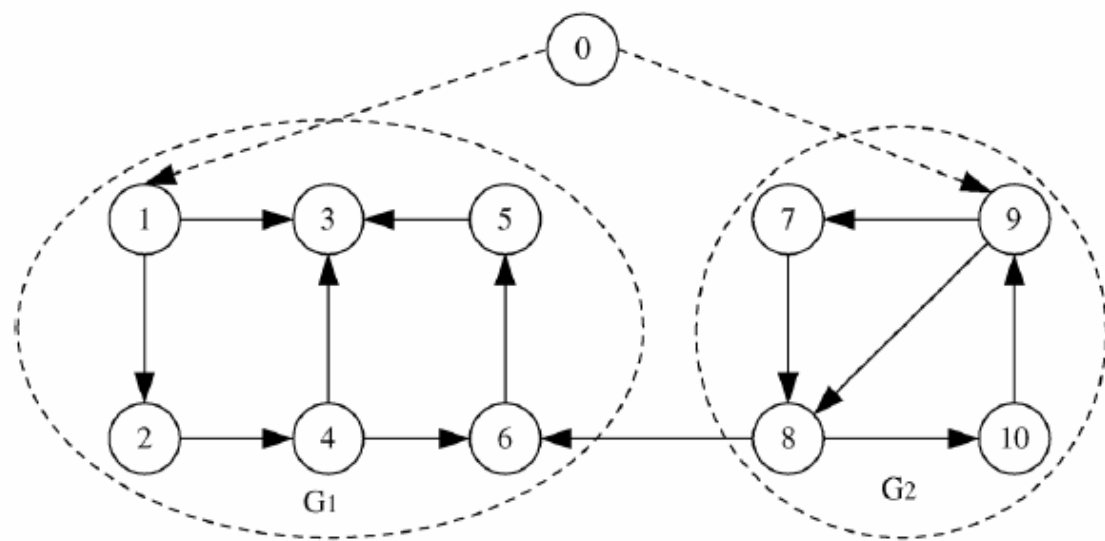


Fig. 1. Interaction diagram of ten nodes and node 0 is the isolated node.

图2给出了牵制控制下的同步误差

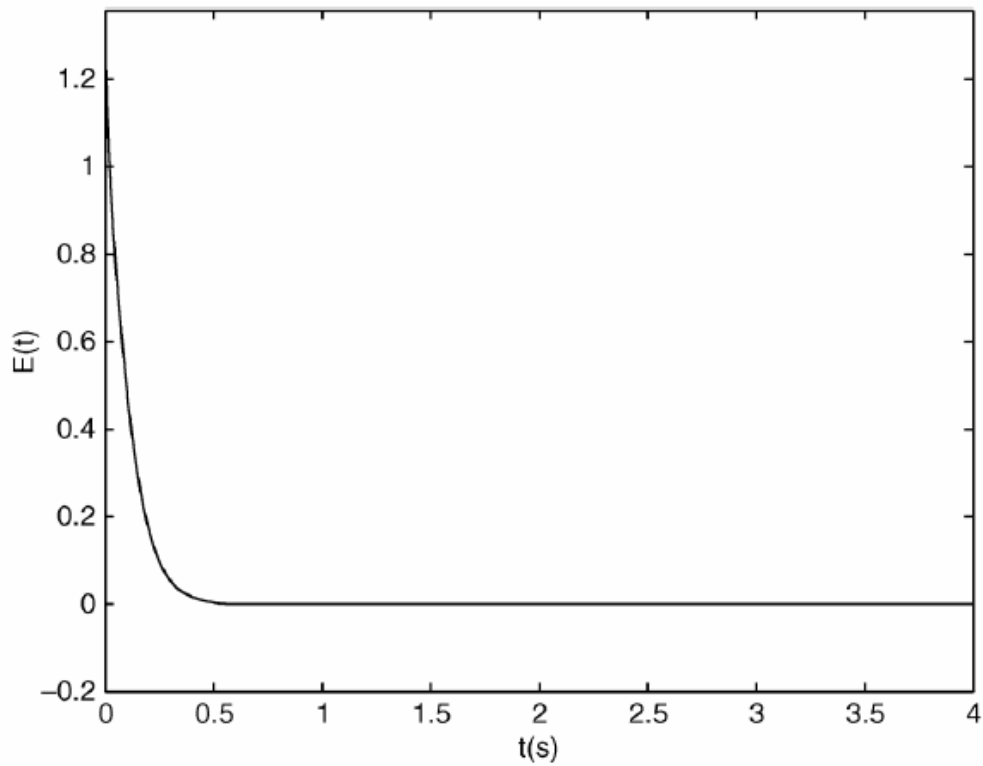


Fig. 2. Pinning synchronization error for a network with 10 nodes.

例2: 考虑由100个节点构成的时滞复杂网络, 每个节点皆为一个时滞神经网络:

$$f(t, x_i(t), x_i(t-\tau)) = -Cx_i(t) + Ag(x_i(t)) + Bg(x_i(t-\tau)),$$

$$\text{in which } g(x_i) = 0.5(|x_{i1} + 1| - |x_{i1} - 1|, |x_{i2} + 1| - |x_{i2} - 1|)^T,$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 1 + \frac{\pi}{4} & 20 \\ 0.1 & 1 + \frac{\pi}{4} \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} -1.3\sqrt{2}\frac{\pi}{4} & 0.1 \\ 0.1 & -1.3\sqrt{2}\frac{\pi}{4} \end{pmatrix}.$$

其中 $\tau = 1.0$

网络拓扑为一个强连通的有向无标度网络，根据第五节的结果，可随机牵制任一节点，假设节点2被牵制，牵制增益为15.0，牵制同步条件（26）得到满足

$$\min_{1 \leq i \leq 100} \mathcal{R}(\lambda_i(L + D)) = 0.3493 > \frac{\rho}{c} = \frac{6.8780}{20} = 0.3439.$$

同步误差见图3

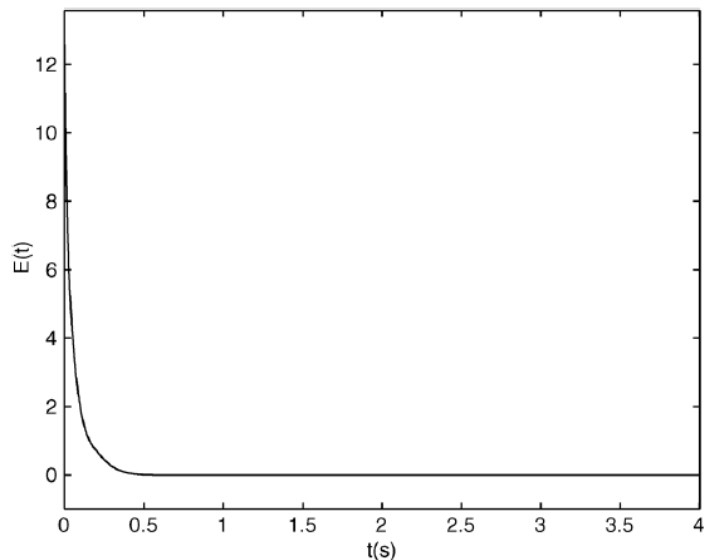


Fig. 3. Pinning synchronization error for a delayed network with 100 nodes.



四

网络应用方面：基于交通网络的犯罪地理画像



我们的主要工作

- 将交通网络引入犯罪地理画像，用网络中的最短路替代以往Rossmo模型中使用的欧式距离，极大地提高了连续犯罪地点的预测精度
- 我们所提出的模型可以较好地用来解决了地形的问题，这使得犯罪地点的预测更可靠和可行
- 进一步的，我们给出了一个真实的串行犯罪案例（“约克郡屠夫”(The Yorkshire Ripper)），并且基于对犯罪地点的灵敏度分析，阐述该方法的正确性有效性和鲁棒性。

Weighted-traffic network-based geographic profiling for serial crime location prediction. Europhysics Letters, 93:68806, 2011(with C. Qian, Y.B. Wang, J.Q. Lu and J. Kurths)



Rossmo模型

Rossmo公式最早在连续犯罪的地点估计中提出。该公式主要基于两个假设，即距离衰减和圆周假设*：

- 距离衰减：据报道，违法者通常不会离开居所长途旅行后进行犯罪，并且违法行为的发生频率随着离开犯罪者居所距离的增加而降低。
- 圆周假设：大部分连续罪犯不会在圆形区域以外进行犯罪，其直径可用此违法者两次最远的违法行为之间的距离定义。

上述假设在其他不同类型的犯罪分析中得到了印证。以上假设已经在心理学研究中得到了长期应用，警察因而可以借助该方法对嫌疑犯的意向图进行描述。

* Rossmo, Kim D. (1995). [*Geographic profiling: target patterns of serial murderers.*](#) [Simon Fraser University.](#)

基于传统Rossmo公式的概率估计

- 基于传统Rossmo公式的预测模型不考虑道路和时间的影响，公式如下：

$$p_{ijn} = \begin{cases} \frac{1}{S_{ijn}^f} & S_{ijn} > B_0; \\ \frac{B_0^{f-g}}{2B_0 - S_{ijn}^g} & S_{ijn} \leq B_0; \end{cases}$$

其中 (x_n^*, y_n^*) 为第n次犯罪坐标； $S_{ijn} = \sqrt{(x_i - x_n^*)^2 + (y_j - y_n^*)^2}$

可以利用下式计算每一点 (x_i, y_j) 的命中值：

$$P_{ij} = \sum_{n=1}^c p_{ijn}.$$

基于交通网络的概率估计

- 我们提出的基于交通网络的概率估计，主要是基于从卫星地图上得到，节点代表路上的拐弯或者两条路的交叉点

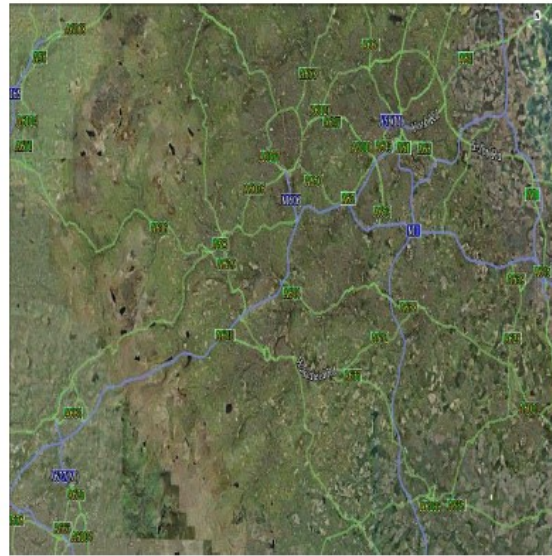
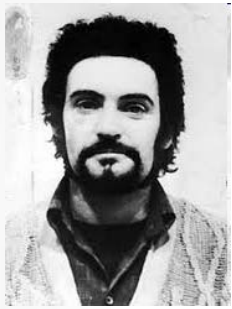
$$p_{ijn} = \begin{cases} \frac{1}{D(x_i, y_j, x_n^*, y_n^*)^f} & D(x_i, y_j, x_n^*, y_n^*) > B(t) \\ \frac{B(t)^{f-g}}{2B(t) - D(x_i, y_j, x_n^*, y_n^*)^g} & D(x_i, y_j, x_n^*, y_n^*) \leq B(t) \end{cases}$$

- 原Rossmo模型中所研究的点之间的欧几里得距离被最短路径所代替。
- 用Floyd-Warshall算法计算 (x_i, y_j) 和 (x_n^*, y_n^*) 之间最短路径， $D(x_i, y_j, x_n^*, y_n^*)$ 表示 (x_i, y_j) 和 (x_n^*, y_n^*) 之间最短路径
- 和传统的Rossmo模型相比，参数f和g不仅仅根据经验确定，还通过历史犯罪信息加以修正。通过参数调整过程，犯罪分子的特征可以通过f和g更为精确地加以揭示。

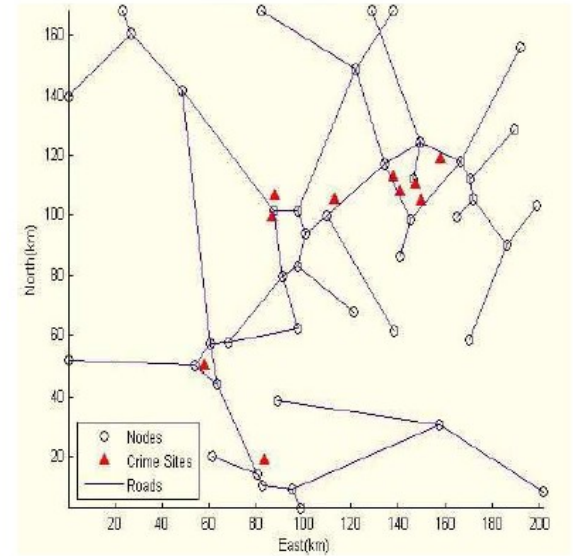
每一点 (x_i, y_j) 的命中值:

$$P_{ij} = \sum_{n=1}^c p_{ijn}$$

“约克郡屠夫”连续杀人案



(a)



(b)

Fig. 2: (Colour on-line) Traffic-network generation: (a) satellite map with road and location of victims; (b) abstracted traffic network.

左图为受害者的抛尸点；右图为所生成的交通网络

精确度

- 我们结果的优势：高精度（第6,9,12次不如Rossmo模型）

表 4.1 预测地点与真实犯罪地点的距离对比

| 第n次犯罪 | Rossmo模型(km) | 我们的模型(km) |
|-------|--------------|-----------|
| 4th | 23.31 | 7.58 |
| 5th | 19.02 | 10.87 |
| 7th | 11.46 | 6.84 |
| 8th | 20.28 | 15.96 |
| 10th | 4.95 | 7.82 |
| 11th | 11.28 | 8.97 |
| 12th | 5.11 | 6.52 |
| 13th | 7.72 | 7.32 |

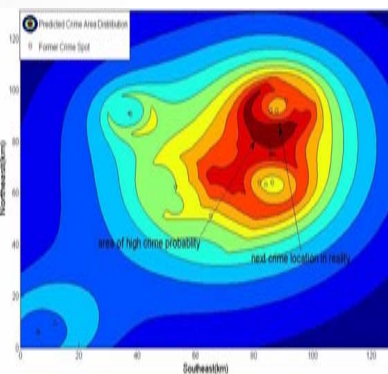
注：如果利用3组以下数据进行预测，预测区域将相当大，缺乏实用性。因此，我们从第4起谋杀开始进行预测。

鲁棒性

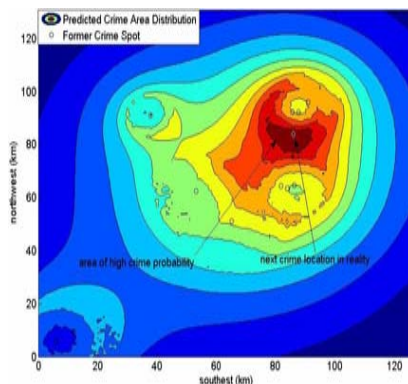
- 在前面预测中，我们作了一项基本的假设，将抛尸点当作谋杀的案发现场。但现实中，在案发现场和抛尸点之间通常存在一定的距离。

对历次犯罪位置坐标中加入8%的白噪音

Rossmo预测



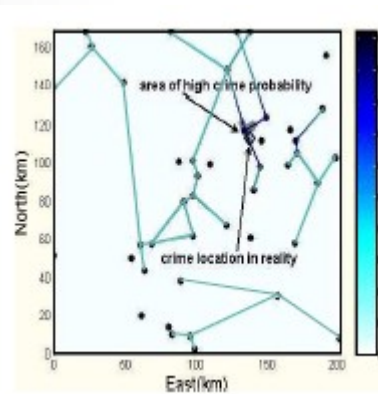
加噪音前



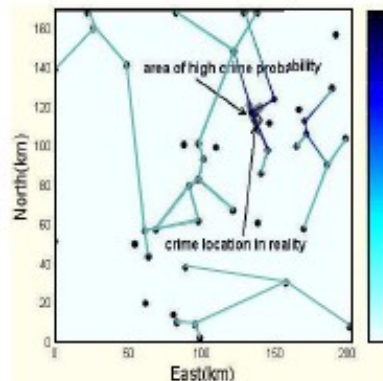
加噪音后

Rossmo模型预测的轮廓线发生了变化，而我们提出的基于交通网络的预测仍然大致保持原样

我们的预测



加噪音前



加噪音后

相对而言我们的方法具有较高鲁棒性



五

进一步工作和思考





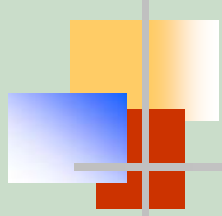
进一步的工作和思考

- 已有结果表明，特定情况下，延时和噪音能导致或加强网络同步；前几年我们也研究了切换、脉冲等离散行为对网络同步的影响，接下来将研究采样是否能导致或者加强网络同步？
- 复杂网络上的演化博弈研究近几年已经引起研究人员的关注。目前主要通过数值模拟仿真进行研究；解析方法发展缓慢，博弈与网络如何共同演化？我们需要寻找更加有效的数学方法；
- 继续研究如何寻找更加有效的牵引控制策略；在不同目标函数下，研究网络控制的优化问题；

进一步的工作和思考

- 基于代数图论与非线性动力学分析研究网络谱信息与网络结构的关系;
- 从复杂网络角度研究智能电网能量管理、优化与运行控制将是一个有趣的课题;
- 研究同步、聚簇等实际复杂网络系统社会集群行为的典型动力学模式及其相互演化条件, 剖析其与复杂网络拓扑结构之间的关系;
- 基于数据或采样的复杂网络实证研究, ... 等等.





谢谢各位!

